AP 3ème : Probabilités

Exercice 1 :

Un sachet contient 2 bonbons à la menthe, 3 à l'orange et 5 au citron. On tire, au hasard, un bonbon du sachet et on définit les événements suivants :
M : « le bonbon est à la menthe » ;
O : « le bonbon est à l'orange » ;
C : « le bonbon est au citron ».
1. Déterminer les probabilités P(M), P(O) et P(C).
2. Représenter la situation par un arbre des possibles (on fera figurer sur chaque branche la probabilité associée).

Exercice 2 :

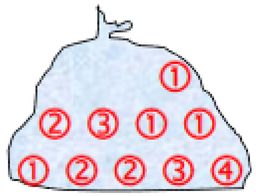
Un jeu de 32 cartes à jouer est constitué de quatre « familles » : trèfle et pique (de couleur noire) ; carreau et cœur (de couleur rouge). Dans chaque famille, on trouve trois « figures » : valet, dame, roi.
On tire une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.
Quelle est la probabilité des événements suivants :
1. D : « La carte tirée est une dame ».
2. R : « La carte tirée est une figure rouge ».
3. N : « La carte tirée n'est pas une figure rouge ».

Exercice 3 :

Déterminer la probabilité de tirer un as ou un cœur dans un jeu de 32 cartes.

Exercice 4 :

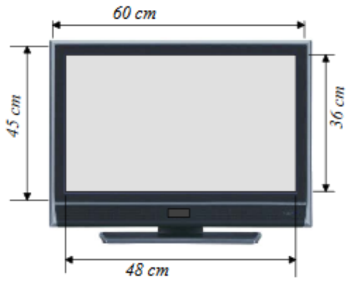
Un sac opaque contient les jetons représentés ci-dessous. Un nombre de points est indiqué sur chacun d'eux. On tire au hasard un jeton et on lit le nombre de points.



1. Représenter la situation par un arbre des possibles.

2. Calculer la probabilité de l'événement A : « obtenir au moins 2 points ».

Exercice 5 :



Un écran LCD de dorme rectangulaire a pour dimensions 60 cm × 45 cm.
La partie principale de l'écran est elle-même représentée par un rectangle de dimensions 48 cm × 36 cm.

Sachant qu'un pixel de l'écran est défectueux, déterminer la probabilité de l'événement A défini par : « le pixel défectueux se trouve sur la partie principale de l'écran ».

Exercice 6 :

Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu.
Kristina réussit sa première balle de service dans 65% des cas. Quand elle échoue, elle réussit la seconde dans 80% des cas.

Quelle est la probabilité pour qu'elle commette une double faute (c'est-à-dire qu'elle échoue deux fois de suite) ?

Exercice 7 :

Le jeu suivant se joue à 2 joueurs avec deux dés cubiques à six faces non truqués :
« Un joueur annonce un nombre entier compris entre 2 et 12.
Si la somme des dés est égale au nombre annoncé, il gagne.
Sinon, il perd. »

Peut-on trouver une stratégie pour gagner le plus souvent possible à ce jeu ?

Exercice 8 :

A l’occasion d’une cérémonie, un pâtissier confectionne un assortiment de 180 gâteaux composé d’éclairs au chocolat, d’éclairs au café, de religieuse au chocolat et de religieuses au café.
Les deux tiers de ces pâtisseries sont des éclairs. On sait également qu’il y a 100 gâteaux au chocolat parmi lesquels un quart sont des religieuses.

1. A partir des indications de l’énoncé, compléter le tableau suivant :

Parfum / Pâtisserie	Chocolat	Café	Total
Eclairs			
Religieuses			
Total			180

2. Yohan choisit au hasard un gâteau parmi toutes les pâtisseries.
Quelle est la probabilité qu’il s’agisse :

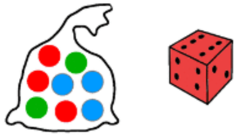
- **a.** d’un éclair au chocolat ?
- **b.** d’une religieuse ?
- **c.** d’une pâtisserie au café ?

3. Fabien prend une pâtisserie au hasard. Sachant qu’il s’agit d’une religieuse, quelle est la probabilité que celle-ci soit au chocolat ?

Exercice 9 :

Un jeu consiste à tirer une boule dans le sac ci-dessous puis à lancer un dé ordinaire à six faces.
On gagne lorsqu’on a tiré une boule bleue et obtenu un multiple de 3 sur le dé.

Quelle est la probabilité de gagner ?



Exercice 10 :

Une urne contient sept boules indiscernables au toucher : quatre boules bleues et trois boules rouges.
1. On tire successivement et avec remise deux boules de l’urne.
Calculer les probabilités suivantes :

- a. la première boule soit bleue et la seconde soit rouge ;
- b. les deux boules aient la même couleur.

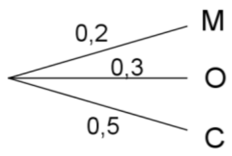
2. Reprendre la question précédente en supposant que le tirage s’effectue sans remise.

AP 3ème : Probabilités
Correction

Exercice 1 :

1. Comme un bonbon est tiré au hasard, alors chaque bonbon a la même chance d'être tiré.
Le nombre d'issues possibles est de 10 ($2+3+5=10$).
L'événement M est constitué de deux issues favorables, on a donc $(M) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0{,}2$.
L'événement O est constitué de trois issues favorables, on a donc $(O) = \frac{3}{10} = 0{,}3$.
L'événement C est constitué de cinq issues favorables, on a donc $(M) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

2. Arbre des possibles :



On vérifie que $0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}5 = 1$

Exercice 2 :

1. Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 dames (trèfle, pique, cœur et carreau), soit 4 possibilités pour l'événement D. Le nombre de cas possibles est égal au nombre total de cartes, soit 32.
D'où $P(D) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

2. Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 figures carreaux et 3 figures cœurs. Ce qui revient à 6 possibilités pour l'événement R.
D'où $P(R) = \frac{6}{32} = \frac{3}{16} = 0{,}1875$

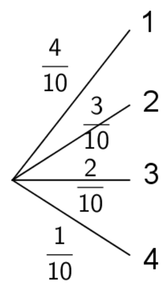
3. L'événement N est l'événement contraire de R.
Donc $P(N) = 1 - P(R) = 1 - \frac{6}{32} = \frac{32}{32} - \frac{6}{32} = \frac{26}{32}$ (ou $\frac{13}{16}$ ou 0,8125)

Exercice 3 :

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 3 as (le carreau, le trèfle, le pic), 1 as cœur et 7 autres cartes cœurs.
Il y a donc 11 ($3+1+7=11$) cas favorables. Donc la probabilité est $\frac{11}{32}$.

Exercice 4 :

1. Il y a 10 jetons en tout. Les résultats possibles sont 1, 2, 3 et 4.
La probabilité d'obtenir 1 est $\frac{4}{10} = 0{,}4$.
La probabilité d'obtenir 2 est $\frac{3}{10} = 0{,}3$.
La probabilité d'obtenir 3 est $\frac{2}{10} = 0{,}2$.
La probabilité d'obtenir 4 est $\frac{1}{10} = 0{,}1$.
On vérifie que $0{,}4 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}1 = 1$.



2. 1ère méthode : obtenir au moins 2 signifie obtenir 2, 3 ou 4.
Donc $P(A) = \frac{3}{10} + \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = 0{,}6$

2ème méthode : L'événement contraire de A est :$\bar{A}$ « obtenir 1 ».
Donc $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.

Exercice 5 :

La probabilité cherchée est $P(A) = \frac{\text{aire de la partie principale}}{\text{aire totale de l'écran}}$.
Déterminons ces aires : $\text{aire de la partie principale} = 48 \times 36 = 1728\ \text{cm}^2$
$\text{aire totale de l'écran} = 60 \times 45 = 2700\ \text{cm}^2$
Alors $P(A) = \frac{1728}{2700} = 0{,}64$

Exercice 6 :

Pour la première balle de service, elle réussit dans 65% des cas. Donc elle échoue dans 35% des cas.
Pour la seconde balle de service, elle réussit dans 80% des cas. Donc elle échoue dans 20% des cas.

Donc 20% de 35% des mises en jeu effectuées ne sont pas réussies.
On a $\frac{20}{100} \times \frac{35}{100} = 0{,}2 \times 0{,}35 = 0{,}07 = \frac{7}{100}$

Donc la probabilité pour que Kristina commette une double faute est $\frac{7}{100}$.

Exercice 7 :

On construit un tableau pour visualiser toutes les issues possibles des sommes de deux dés :

1^er^ dé / 2^ème^ dé	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Il y a 36 issues possibles.

On observe qu'il y a 11 sommes possibles : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 et 12.
Donc pour gagner, il faut dire un de ces 11 nombres ci-dessus. Trouvons celui qui a la plus grande probabilité.

Par exemple, la somme 5 s'obtient de 4 façons : (2 ; 3), (3 ; 2), (4 ; 1) et (1 ; 4).
Donc la probabilité d'obtenir 5 est $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

De même, on peut calculer les probabilités de chacune des sommes.

Regardons la somme 7 : c'est la somme qui apparaît le plus de fois dans notre tableau.
Il y a 6 façons de l'obtenir, soit une probabilité de $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
Ainsi un joueur a 1 chance sur 6 d'obtenir la somme 7.
Par conséquent, pour gagner le plus souvent à ce jeu, il faut annoncer le nombre 7.

Exercice 8 :

Parfum / Pâtisserie	Chocolat	Café	Total
Eclairs	75	45	120
Religieuses	25	35	60
Total	100	80	180

Nombre d'éclairs : $\frac{2}{3} \times 180 = 120$

Nombre de religieuses au chocolat : $\frac{1}{4} \times 100 = 25$

2.

a. Il y a 75 éclairs au chocolat et 180 pâtisseries en tout.
Donc la probabilité d'avoir un éclair au chocolat est $\frac{75}{180} (= \frac{5}{12})$

b. Il y a 60 religieuses.
Donc la probabilité d'avoir une religieuse est $\frac{60}{180} (= \frac{1}{3})$

c. Il y a 80 pâtisseries au café.
Donc la probabilité d'avoir une pâtisserie au café est $\frac{80}{180} (= \frac{4}{9})$

3. En tout, il y a 60 religieuses. Parmi celles-ci, 25 sont au chocolat.
Donc la probabilité qu'elle soit au chocolat est $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$.

Exercice 9 :

On construit un tableau pour visualiser les issues possibles :

Urne / Dé	Rouge	Rouge	Rouge	Bleu	Bleu	Bleu	Vert	Vert
1	(R ; 1)	(R ; 1)	(R ; 1)	(B ; 1)	(B ; 1)	(B ; 1)	(V ; 1)	(V ; 1)
2	(R ; 2)	(R ; 2)	(R ; 2)	(B ; 2)	(B ; 2)	(B ; 2)	(V ; 2)	(V ; 2)
3	(R ; 3)	(R ; 3)	(R ; 3)	(B ; 3)	(B ; 3)	(B ; 3)	(V ; 3)	(V ; 3)
4	(R ; 4)	(R ; 4)	(R ; 4)	(B ; 4)	(B ; 4)	(B ; 4)	(V ; 4)	(V ; 4)
5	(R ; 5)	(R ; 5)	(R ; 5)	(B ; 5)	(B ; 5)	(B ; 5)	(V ; 5)	(V ; 5)
6	(R ; 6)	(R ; 6)	(R ; 6)	(B ; 6)	(B ; 6)	(B ; 6)	(V ; 6)	(V ; 6)

Il y a 48 issues possibles en tout.

D'après l'énoncé, on gagne si on tire une boule bleue et qu'on obtient un multiple de 3 (donc 3 ou 6).
Alors on gagne si on a le couple (B ; 3) ou (B ; 6). Il y en a 6.
Donc la probabilité d'avoir l'un ou l'autre est $\frac{6}{48} = \frac{1}{8}$.
Ainsi la probabilité de gagner est $\frac{1}{8}$.

Exercice 10 :

1. On construit un tableau pour visualiser les issues possibles :

1^{er} tirage / $2^{ème}$ tirage	Bleu	Bleu	Bleu	Bleu	Rouge	Rouge	Rouge
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Rouge	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)
Rouge	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)
Rouge	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)

En tout, il y a 49 issues possibles.

a. On s'intéresse au couple (B ; R). Il y en a 12.
Donc la probabilité que la première boule soit bleue et la seconde soit rouge est $\frac{12}{49}$ $(\approx 0{,}25)$

b. On s'intéresse au couple (B ; B) : il y en a 16, et au couple (R ; R) : il y en a 9.
Donc il y a 25 (16 + 9 = 25) issues qui réalisent l'événement « les deux boules sont de la même couleur ».
Donc la probabilité que les deux boules aient la même couleur est $\frac{25}{49}(\approx 0{,}51)$

2. Sans remise, donc on ne remet pas dans l'urne la $1^{ère}$ boule tirée.
Si on tire une boule bleue en 1^{er}, il ne reste plus que 3 boules bleues dans l'urne.
Si on tire une boule rouge en 1^{er}, il ne reste plus que 2 boules rouges dans l'urne.

On construit un tableau pour visualiser les issues possibles :
(les cases barrées sont les issues impossibles)

1^{er} tirage / $2^{ème}$ tirage	Bleu	Bleu	Bleu	Bleu	Rouge	Rouge	Rouge
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Bleu	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(B ; B)	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Bleu	~~(B ; B)~~	~~(B ; B)~~	~~(B ; B)~~	~~(B ; B)~~	(R ; B)	(R ; B)	(R ; B)
Rouge	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)
Rouge	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(R ; R)	(R ; R)	(R ; R)
Rouge	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	(B ; R)	~~(R ; R)~~	~~(R ; R)~~	~~(R ; R)~~

En tout, il y a 42 issues possibles.

a. On s'intéresse au couple (B ; R). Il y en a 12.
Donc la probabilité que la première boule soit bleue et la seconde soit rouge est $\frac{12}{42} = \frac{1}{7}$ $(\approx 0{,}29)$

b. On s'intéresse au couple (B ; B) : il y en a 12, et au couple (R ; R) : il y en a 6.
Donc il y a 18 (12 + 6 = 18) issues qui réalisent l'événement « les deux boules sont de la même couleur ».
Donc la probabilité que les deux boules aient la même couleur est $\frac{18}{42} = \frac{3}{7}(\approx 0{,}43)$