Exposant positif

Soit a un nombre relatif et n un entier naturel.

On appelle **a exposant n** ou **a puissance n** le nombre défini par :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemples :

- $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$
- $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = 625$
- $-5^4 = -5 \times 5 \times 5 \times 5 = -625$

Remarques :

$a^0 = 1$ (sauf pour a=0, 0^0 n'existe pas)

$a^1 = a$

a^2 se lit aussi « a au carré »

a^3 se lit aussi « a au cube»

Exposant négatif

Soit a un nombre relatif et n un entier naturel.

On appelle **a exposant –n** ou **a puissance –n,** le nombre défini par :

$$a^{-n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

- $7^{-3} = \frac{1}{7 \times 7 \times 7} = \frac{1}{343}$
- $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)} = \frac{1}{625}$
- $-5^{-4} = \frac{-1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{-1}{625}$

Remarques :

Grâce à la définition, on peut simplifier certaines écritures :

$$3^2 \text{x} 3^4 = \underbrace{3\text{x}3}_{2 \text{ fois}} \text{ x } \underbrace{3\text{x}3\text{x}3\text{x}3}_{4 \text{ fois}} = 3^6$$

$$3^2 \text{x} 3^{-4} = 3\text{x}3 \times \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3 \times 3} = 3^{-2}$$

On remarque, mais ce n'est pas à retenir que : $a^n \times a^m = a^{n+m}$

$(3^2)^3 = (3^2)\times(3^2)\times(3^2) = (3\times3) \times (3\times3) \times (3\times3) = 3^6$

On remarque, mais ce n'est pas à retenir que : $(a^n)^m = a^{n\times m}$

$\frac{3^4}{3^6} = \frac{3\times3\times3\times3}{3\times3\times3\times3\times3\times3} = \frac{1}{3\times3} = 3^{-2}$

On remarque, mais ce n'est pas à retenir que : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$(3\times2)^3 = (3\times2)\times(3\times2)\times(3\times2) = 3\times3\times3\times2\times2\times2 = 3^3 \times 2^3$

On remarque, mais ce n'est pas à retenir que : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

<u>Remarques :</u>

- $\frac{1}{a}$ ou a^{-1} est l'inverse de a
- L'inverse de $\frac{2}{3}$ est : $(\frac{2}{3})^{-1} = \frac{3}{2}$.

<u>Cas particulier :</u>

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \ldots\times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1\,00\ldots0}_{n \text{ zéros}}$

$10^{-n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}}} = \underbrace{0{,}0\ldots\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$

<u>Ecriture scientifique</u>

L'écriture scientifique est une façon de représenter les nombres décimaux.
Elle consiste à exprimer le nombre sous la forme **a × 10**

<u>Exemples :</u>

$596\,000 = 5{,}96 \times 10^5$
$0{,}000\,478 = 4{,}78 \times 10^{-4}$
$459{,}123 \times 10^2 = 4{,}591\,23 \times 10^4$

<u>Exercice 1 :</u> Ecris chaque produit sous la forme a^n, où n et a sont deux nombres entiers relatifs.

a) $5 \times 5 \times 5$
b) $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
c) $11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$
d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
e) $10 \times 10 \times 10 \times 10$
f) $(-7) \times (-7) \times (-7)$

<u>Exercice 2</u> Ecris sous forme d'un produit puis sous forme d'une puissance

$5^3 \times 5^2 =$	$3^4 \times 3^3 =$	$(-3)^2 \times (-3)^2 =$
$3^4 \times 3^2 =$	$4^3 \times 4^5 =$	$(-5)^4 \times (-5)^3 =$

Exercice 3 Quel est le signe de chaque nombre ?

$(-6)^4$ …………………………… 6^8 ……………………………

$(-132)^0$ …………………………… $(-12)^5$ ……………………………

$(-3)^7$…………………………… $(-3{,}6)^{10}$……………………………

$(-35)^7$…………………………… -87^4……………………………

Exercice 4 Recopie puis écris sous la forme d'un produit de puissances :

A = 2 × 2 × 5 × 5 × 5 × 2 × 2 × 5 × 5 B = 2 × 2 × 2 × 2 × 7 × 7

C = 9 × 9 × 8 × 8 × 8 × 9 × 9 × 9 × 9 D =$(6\times 5)^8$

E = 125 × 64 × 5 × 8

Exercice 5 : Ecrire chaque expression sous la forme a^n, où n et a sont deux nombres entiers relatifs.

a) $\frac{1}{5\times5\times5}$ d) $\frac{1}{12\times12}$

b) $\frac{1}{7\times7\times7\times7\times7\times7}$ e) $\frac{1}{(-4)\times(-4)\times(-4)}$

c) $\frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}$ f) $\frac{1}{(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)}$

Exercice 6 Complète :

$12^{-5}=\frac{1}{12^{\cdots}}$ $\frac{1}{9^{\cdots}}=9^{-23}$ $7^{\cdots}=\frac{1}{7^3}$ $8^{-6}=\frac{1}{8^{\cdots}}$

Exercice 7 Donne l'écriture fractionnaire avec un dénominateur entier:

$3^{-5}=$ $5^{-3}=$ $(-10)^{-4}=$

$3^{-3}=$ $-7^{-2}=$ $-3^{-4}=$

Exercice 8 Le nombre 10^{-6} est égal à l'un des nombre suivant. Lequel ?

-6 ; -60 ; -10^6 ; 0,000 000 1 ; un millionième

Exercice 9

Quel est l'inverse de -4 ? Quel est l'inverse de $\frac{1}{8}$?

Exercice 10

$(5)^{-1}=$ $(-2)^{-1}=$ $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}=$

Exercice 11 Exprimer sous la forme d'une puissance de dix chacun des nombres suivants :

1 000 = ………………………. 100 000 = ………………………. 10= ……………………….

0,01= ………………………. 0,000 1= ………………………. 1= ……………………….

Exercice 12 donne l'écriture décimale des nombres suivants

a.	$6{,}08 \times 10^5 =$
b.	$-87{,}52 \times 10^3 =$
c.	$8{,}0002 \times 10^3 =$

Exercice 13 Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont en écriture scientifique :

a.	$9{,}45 \times 10^{12}$	b.	457×10^{-9}
c.	$-6{,}023 \times 10^{-27}$	d.	$6{,}67 \times 10^{18}$
e.	$0{,}981 \times 10^{-3}$	f.	$-63{,}657 \times 10^{17}$
g.	$4{,}012 \times 10^{-9}$	h.	$10{,}31 \times 10^{12}$
i.	$9{,}99 \times 10^{-16}$	j.	$0{,}999 \times 10^{-4}$

Exercice 14Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

ÉCRITURE DECIMALE	ÉCRITURE SCIENTIFIQUE
540 000 000 000	
650 000	
0,06	
1 048 000	
0,000 264	
21 258	
673,185	

Exercice 15 Écrire en notation scientifique le nombre intervenant dans la phrase suivante :

« La masse du Soleil est environ égale à 1 989 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kg »

Exerc Pour désigner les capacités de stockage en informatique, on utilise une unité appelée *octet* (symbole **o**). Un caractère alphanumérique est codé sur 1 octet. Pour éviter d'écrire beaucoup de zéros, on utilise également des unités dérivées de l'octet :

Unités	Conversions	Étymologie (grecque)
kilo-octet (**ko**)	1 ko = 1 000 octets	Ψιλὼοι (khilihoi), *mille.*
Méga-octet (**Mo**)	1 Mo = 1 000 ko = 1 000 000 octets	Μἔγαζ (megas), *grand.*
Giga-octet (**Go**)	1 Go = 1 000 Mo = 1 000 000 000 octets	Γὼγαζ (gigas), *géant.*
Téra-octet (**To**)	1 To = 1 000 Go = 1 000 000 000 000 octets	Τἔραζ (teras), *signe (effrayant) envoyé par les dieux, prodige, monstre.*

1°) Donner le nombre d'octets :

- d'une mémoire de capacité 5 To ;
- d'une mémoire vive d'ordinateur de 512 Mo ;
- d'un e-mail de 3 ko.

2°) Écrire chaque capacité avec l'unité la mieux adaptée :

- Une photographie numérique de 291 000 octets ;
- Un logiciel de jeu de 32 300 000 octets.

Exercice 17 entoure la bonne réponse

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
$2{,}53\text{x}10^{15}$ =	2 ,530 000 000 000 000 00	2 530 000 000 000 000	253 000 000 000 000 000
$5{,}3 \times 10^{5}$ =	530 000	5,300 000	5 300 000

Exercice 18

Le mécanisme d'un cadenas est formé de 4 rouleaux qui portent chacun les 10 chiffres : 0,1,2,3,4,5,6,7,8 et 9.

1. Combien de combinaisons peut-on obtenir ?
2. Il faut 1s pour former une combinaison.

Combien de temps faudra-t-il pour les former toutes ? Exprimez votre réponse dans une unité adaptée.

Exercice 19

Un vaisseau spatial a mis 20 ans pour faire le voyage planète X-Terre. Sachant que la planète X est située à 4,5 années-lumière de la Terre et qu'une année-lumière est égale à 9,5 × 1012 km, calculer la vitesse moyenne de ce vaisseau spatial exprimée en km par an. On donnera l'écriture scientifique du résultat.

Exercice 20

Questions	Réponses		
1. Quelle est l'écriture scientifique de $\dfrac{5 \times 10^{6} \times 1{,}2 \times 10^{-8}}{2{,}4 \times 10^{5}}$?	25×10^{-8}	$2{,}5 \times 10^{-7}$	$2{,}5 \times 10^{3}$

AP 3$^{\text{ème}}$Puissances

Correction

Exercice 1 : Ecris chaque produit sous la forme a^n, où n et a sont deux nombres entiers relatifs.

a) $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

b) $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$

c) $11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 = 11^5$

d) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$

e) $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

f) $(-7) \times (-7) \times (-7) = (-7)^3$

Exercice 2 Ecris sous forme d'un produit puis sous forme d'une puissance

$5^3 \times 5^2 = 5^5$	$3^4 \times 3^3 = 3^7$	$(-3)^2 \times (-3)^2 = (-3)^4$
$3^4 \times 3^2 = 3^6$	$4^3 \times 4^5 = 4^8$	$(-5)^4 \times (-5)^3 = (-5)^7$

Exercice 3 Quel est le signe de chaque nombre ?

$(-6)^4$ ……positif………. 6^8 ………positif…….

$(-132)^0$ ……positif……….

$(-12)^5$ ………négatif…….

$(-3)^7$…………négatif…….

$(-3{,}6)^{10}$………positif……..

$(-35)^7$………négatif…….

-87^4…………négatif…….

Exercice 4 Recopie puis écris sous la forme d'un produit de puissances :

$A = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$

$A = 2^4 x 5^5$

$B = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7$

$B = 2^4 \times 7^2$

$C = 9 \times 9 \times 8 \times 8 \times 8 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$

$C = 9^6 x 8^3$

$D = (6 \times 5)^8$

$D = 6^8 \times 5^8$

$E = 125 \times 64 \times 5 \times 8$

E = 5x5x5x8x8x5

$E = 5^4 x 8^2$

Exercice 5 : Ecrire chaque expression sous la forme a^n, où n et a sont deux nombres entiers relatifs.

a) $\frac{1}{5\times5\times5} = 5^{-3}$

d) $\frac{1}{12\times12} = 12^{-2}$

b) $\frac{1}{7\times7\times7\times7\times7\times7} = 7^{-6}$

e) $\frac{1}{(-4)\times(-4)\times(-4)} = (-4)^{-3}$

c) $\frac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)} = (-2)^{-4}$

f) $\frac{1}{(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)\times(-8)} = (-8)^{-5}$

Exercice 6 Complète :

$12^{-5} = \frac{1}{12^5}$

$\frac{1}{9^{23}} = 9^{-23}$

$7^{-3} = \frac{1}{7^3}$

$8^{-6} = \frac{1}{8^{6\ldots}}$

Exercice 7 Donne l'écriture fractionnaire avec un dénominateur entier:

$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$

$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

$(-10)^{-4} = \frac{1}{(-10)^4}$

$3^{-3} = \frac{1}{3^3}$

$-7^{-2} = \frac{-1}{7^2}$

$-3^{-4} = \frac{-1}{3^4}$

Exercice 8 Le nombre 10^{-6} est égal à l'un des nombre suivant. Lequel ?

$10^{-6} = \frac{1}{10^6}$: un millionième

Exercice 9

Quel est l'inverse de -4 ? $\frac{1}{4}$

Quel est l'inverse de $\frac{1}{8}$? $\frac{1}{\frac{1}{8}} = 8$

Exercice 10

$(5)^{-1} = \frac{1}{5}$

$(-2)^{-1} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}$

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$

Exercice 11 Exprimer sous la forme d'une puissance de dix chacun des nombres suivants :

1 000 = ………10^3……….

100 000 = ……10^5……….

10= ………10^1……..

0,01= ………10^{-2}………….

0,000 1= ………10^{-4}………….

1= ………10^0……….

Exercice 12 donne l'écriture décimale des nombres suivants

a.	$6{,}08 \times 10^5 =$ 608 000
b.	$-87{,}52 \times 10^3 = -87\,520$
c.	$8{,}0002 \times 10^3 = 8\,000{,}2$

Exercice 13

Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont en écriture scientifique :

a.	**$9{,}45 \times 10^{12}$**	**b.**	457×10^{-9}
c.	**-6,023 × 10-27**	**d.**	**6,67 × 1018**
e.	$0{,}981 \times 10^{-3}$	**f.**	$-63{,}657 \times 10^{17}$
g.	**4,012 × 10-9**	**h.**	$10{,}31 \times 10^{12}$
i.	**9,99 × 10-16**	**j.**	$0{,}999 \times 10^{-4}$

Exercice 14Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

ÉCRITURE DECIMALE	ÉCRITURE SCIENTIFIQUE
540 000 000 000	$5{,}4 \times 10^{11}$
650 000	$6{,}5 \times 10^{5}$
0,06	6×10^{-2}
1 048 000	$1{,}048 \times 10^{6}$
0,000 264	$2{,}64 \times 10^{-4}$
21 258	$2{,}1258 \times 10^{4}$
673,185	$6{,}73185 \times 10^{2}$

Exercice 15Écrire en notation scientifique le nombre intervenant dans la phrase suivante :

« La masse du Soleil est environ égale à 1 989 000 000 000 000 000 000 000 000 000 kg »

$1{,}989 \times 10^{30}$

Exercice 16

1)

- 5To = 5×10^{12} octets
- 512 Mo = 512×10^6 octets = $5{,}12 \times 10^8$ octets
- 3ko = 3×10^3 octets

2) 291 000 octets = 291 ko

32 300 000 octets = 32,3 Mo

Exercice 17 entoure la bonne réponse

	Réponse A	Réponse B	Réponse C
$2{,}53 \times 10^{15}$ =	2 ,530 000 000 000 000 00	2 530 000 000 000 000	253 000 000 000 000 000
$5{,}3 \times 10^{5}$ =	530 000	5,300 000	5 300 000

Exercice 18

1. Pour le premier rouleau on a 10 choix possibles.

Pour les 2 premiers rouleaux : pour chaque chiffre précédemment choisi, on a à nouveau 10 possibilités donc 10x10 combinaisons.

Pour les 3 premiers : 10 x 10 x 10

Pour tous les rouleaux : 10x10x10x10 = 10^4 combinaisons possibles.

2. On a donc 10 000 combinaisons, il faudra donc 10 000s.

Convertissons ce temps en minutes et secondes. On fait la division euclidienne de 10 000 par 60 :

10 0000 = 60 x **166** + **40**

Il faudra donc 166min et 40s.

Convertissons les minutes en heures et minutes.

166 = 60 x **2** + **46**

Le temps passé pour faire toutes les combinaisons est donc de 2h 46 min 40s.

Exercice 19

Vitesse = $\frac{vitesse}{temps}$ = $\frac{4{,}5 \times 9{,}5 \times 1\,012}{20}$ = 2163,15 = 2,16315x 10^3

Le vaisseau spatial a une vitesse de 2,16315x 10^3Km/an.

Exercice 20

Questions	Réponses		
1. Quelle est l'écriture scientifique de $\dfrac{5 \times 10^6 \times 1{,}2 \times 10^{-8}}{2{,}4 \times 10^5}$?	25×10^{-8}	$2{,}5 \times 10^{-7}$	$2{,}5 \times 10^{3}$