



AP 3^{ème} Multiplications/divisions de nombres en écriture fractionnaire

Propriété : Pour calculer le **produit** de deux nombres en écriture fractionnaire :

- on multiplie les numérateurs entre eux,
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{-4}{5} \times \frac{2}{-3} = \frac{-4 \times 2}{5 \times (-3)} = \frac{-8}{-15} = \frac{8}{15}$$

Remarque : Dans ces exemples, on ne peut pas simplifier les fractions.

Mais si on repère des nombres dans la même table de multiplication (qui ont un diviseur commun), il faudra penser à simplifier :

Exemples :

$$\frac{12}{5} \times \frac{9}{4} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{4} \times 9}{5 \times \cancel{4}} = \frac{3 \times 9}{5} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{-6}{5} \times \frac{25}{36} = \frac{-\cancel{6} \times \cancel{6} \times 5}{\cancel{6} \times \cancel{6} \times 6} = \frac{-5}{6}$$

Propriété : Pour **diviser** des nombres relatifs en écriture fractionnaire, on **multiplie** le premier quotient par l'**inverse** du deuxième.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemple :

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{2 \times 7}{3 \times 4} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

Exercice 1 : Recopie sur ton cahier et calcule.

$$A = \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} \quad B = \frac{9}{11} \times \frac{8}{7} \quad C = 3 \times \frac{7}{5} \quad D = 6 \times \frac{-1}{13}$$

Exercice 2 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée.

$$A = \frac{15}{8} \times \frac{1}{5} \quad B = \frac{9}{17} \times \frac{-34}{5} \quad C = \frac{2}{7} \times \frac{9}{8} \quad D = -8 \times \frac{7}{64}$$

Exercice 3 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée.

$$A = \frac{-16}{7} \times \frac{-49}{4} \quad B = \frac{5}{6} \times \frac{-2}{-15} \quad C = \frac{48}{69} \times \frac{23}{96} \quad D = \frac{54}{51} \times \frac{17}{9} \quad E = \frac{63}{28} \times \frac{56}{45}$$

Exercice 4 : Recopie et calcule les expressions suivantes.

$$A = \frac{2}{5} \div \frac{9}{11} \quad B = \frac{3}{7} \div \frac{8}{13} \quad C = 3 \div \frac{2}{7} \quad D = \frac{15}{4} \div 7$$

Exercice 5 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée.

$$A = \frac{-45}{36} \div \frac{5}{-9} \quad B = \frac{16}{7} \div \frac{-12}{21} \quad C = \frac{-3}{-4} \div \frac{-5}{-28} \quad D = \frac{-11}{8} \div \frac{33}{12}$$

Exercice 6 : Recopie sur ton cahier et calcule, en donnant le résultat sous forme simplifiée

$$\begin{aligned} A &= \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{4}{21} & B &= 4 - 4 \div \frac{16}{3} & C &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{6} & D &= \frac{-13}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{3} \\ E &= \left(1 - \frac{1}{7}\right) \div \frac{12}{5} & F &= \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right) & G &= \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right) \\ & & H &= \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Exercice 7 :

On considère le programme de calcul ci-dessous :

Choisir un nombre.
Le multiplier par $\frac{3}{7}$.
Ajouter 5.
Diviser par $\frac{1}{5}$.

1. Appliquer ce programme de calcul au nombre 7.
2. Appliquer ce programme de calcul au nombre $\frac{28}{15}$.
3. On a appliqué ce programme de calcul à un nombre et on a eu 0 comme résultat. Quel était le nombre de départ ?

Exercice 8 :

Les deux tiers des élèves d'un collège pratiquent un sport en club. Parmi ces élèves, les $\frac{3}{7}$ pratiquent un sport collectif, les autres pratiquent un sport individuel.

1. Quelle fraction des élèves de ce collège pratique un sport collectif en club ?
2. Parmi les élèves pratiquant un sport en club, quelle fraction pratique un sport individuel ?
3. Quelle fraction des élèves de ce collège pratique un sport individuel en club ?
4. Ce collège compte 630 élèves. Déterminer le nombre d'élèves :
 - a. ne pratiquant pas de sport en club ;
 - b. pratiquant un sport collectif en club ;
 - c. pratiquant un sport individuel en club.

Exercice 1 :

$$A = \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{9 \times 3} = \frac{10}{27}$$

$$B = \frac{9}{11} \times \frac{8}{7} = \frac{9 \times 8}{11 \times 7} = \frac{72}{77}$$

$$C = 3 \times \frac{7}{5} = \frac{3 \times 7}{5} = \frac{21}{5}$$

$$D = 6 \times \frac{-1}{13} = \frac{6 \times (-1)}{13} = \frac{-6}{13}$$

Exercice 2 :

$$A = \frac{15}{8} \times \frac{1}{5} = \frac{3 \times 5 \times 1}{8 \times 5} = \frac{3}{8}$$

$$B = \frac{9}{17} \times \frac{-34}{5} = \frac{9 \times (-2) \times 17}{17 \times 5} = \frac{9 \times (-2)}{5} = \frac{-18}{5}$$

$$C = \frac{2}{7} \times \frac{9}{8} = \frac{2 \times 9}{7 \times 2 \times 4} = \frac{9}{7 \times 4} = \frac{9}{28}$$

$$D = -8 \times \frac{7}{64} = \frac{-8 \times 7}{8 \times 8} = \frac{-7}{8}$$

Exercice 3 :

$$A = \frac{-16}{7} \times \frac{-49}{4} = \frac{-4 \times 4 \times (-7) \times 7}{7 \times 4} = \frac{-4 \times (-7)}{1} = 28$$

$$B = \frac{5}{6} \times \frac{-2}{-15} = \frac{5 \times (-2)}{2 \times 3 \times 5 \times (-3)} = \frac{-1}{3 \times (-3)} = \frac{1}{9}$$

$$C = \frac{48}{69} \times \frac{23}{96} = \frac{48 \times 23}{23 \times 3 \times 48 \times 2} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$D = \frac{54}{51} \times \frac{17}{9} = \frac{9 \times 6 \times 17}{3 \times 17 \times 9} = \frac{6}{3} = 2$$

$$E = \frac{63}{28} \times \frac{56}{45} = \frac{7 \times 9 \times 28 \times 2}{28 \times 9 \times 5} = \frac{7 \times 2}{5} = \frac{14}{5}$$

Exercice 4 :

$$A = \frac{2}{5} \div \frac{9}{11} = \frac{2}{5} \times \frac{11}{9} = \frac{2 \times 11}{5 \times 9} = \frac{22}{45}$$

$$B = \frac{3}{7} \div \frac{8}{13} = \frac{3}{7} \times \frac{13}{8} = \frac{3 \times 13}{7 \times 8} = \frac{39}{56}$$

$$C = 3 \div \frac{2}{7} = 3 \times \frac{7}{2} = \frac{3 \times 7}{2} = \frac{21}{2}$$

$$D = \frac{15}{4} \div 7 = \frac{15}{4} \times \frac{1}{7} = \frac{15 \times 1}{4 \times 7} = \frac{15}{28}$$

Exercice 5 :

$$A = \frac{-45}{36} \div \frac{5}{-9} = \frac{-45}{36} \times \frac{-9}{5} = \frac{-9 \times 5 \times (-9)}{9 \times 4 \times 5} = \frac{9}{4}$$

$$B = \frac{16}{7} \div \frac{-12}{21} = \frac{16}{7} \times \frac{21}{-12} = \frac{4 \times 4 \times 7 \times 3}{7 \times (-3) \times 4} = \frac{4}{-1} = -4$$

$$C = \frac{-3}{-4} \div \frac{-5}{-28} = \frac{3}{4} \times \frac{28}{5} = \frac{3 \times 4 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{5}$$

$$D = \frac{-11}{8} \div \frac{33}{12} = \frac{-11}{8} \times \frac{12}{33} = \frac{-11 \times 4 \times 3}{4 \times 2 \times 3 \times 11} = \frac{-1}{2}$$

Exercice 6 :

$$A = \frac{7}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{4}{21} = \frac{7}{5} - \frac{3 \times 4}{5 \times 7 \times 3} = \frac{7}{5} - \frac{4}{5 \times 7} = \frac{7}{5} - \frac{4}{35} = \frac{7 \times 7}{5 \times 7} - \frac{4}{35} = \frac{49}{35} - \frac{4}{35} = \frac{45}{35} = \frac{9 \times 5}{7 \times 5} = \frac{9}{7} B =$$

$$4 - 4 \div \frac{16}{3} = 4 - 4 \times \frac{3}{16} = 4 - \frac{4 \times 3}{4 \times 4} = 4 - \frac{3}{4} = \frac{4 \times 4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{16}{4} - \frac{3}{4} = \frac{13}{4}$$

$$C = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{5}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{5}{3} - \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 5} = \frac{5}{3} - \frac{4}{5} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} - \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{25}{15} - \frac{12}{15} = \frac{13}{15}$$

$$D = \frac{-13}{7} + \frac{3}{7} \div \frac{5}{3} = \frac{-13}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{-13}{7} + \frac{9}{35} = \frac{-13 \times 5}{7 \times 5} + \frac{9}{35} = \frac{-65}{35} + \frac{9}{35} = \frac{-56}{35}$$

$$D = \frac{-7 \times 9}{7 \times 5} = \frac{-9}{5}$$

$$E = \left(1 - \frac{1}{7}\right) \div \frac{12}{5} = \left(\frac{7}{7} - \frac{1}{7}\right) \div \frac{12}{5} = \frac{6}{7} \div \frac{12}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{5}{12} = \frac{6 \times 5}{7 \times 2 \times 6} = \frac{5}{7 \times 2} = \frac{5}{14}$$

$$F = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right) = \left(\frac{1 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 4}{5 \times 4}\right) \times \left(\frac{7 \times 9}{9} + \frac{37}{9}\right) = \left(\frac{5}{20} - \frac{4}{20}\right) \times \left(\frac{63}{9} + \frac{37}{9}\right) = \frac{1}{20} \times \frac{100}{9} = \frac{1 \times 20 \times 5}{20 \times 9} = \frac{5}{9}$$

$$G = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 1\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{3}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1 \times (-1)}{2 \times 3} = \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \times 6}{4 \times 6} - \frac{1 \times 4}{6 \times 4} = \frac{18}{24} - \frac{4}{24} = \frac{16}{24} = \frac{8 \times 2}{8 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$H = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{2 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6}}{\frac{4}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{4}{6} + \frac{1}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2 \times 6} = \frac{5}{18}$$

Exercice 7 :

a. 7

$$7 \times \frac{3}{7} = 3$$

$$3 + 5 = 8$$

$$8 \div \frac{1}{5} = 8 \times \frac{5}{1} = 8 \times 5 = 40$$

b. $\frac{28}{15}$

$$\frac{28}{15} \times \frac{3}{7} = \frac{7 \times 4 \times 3}{5 \times 3 \times 7} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} + 5 = \frac{4}{5} + \frac{5 \times 5}{5} = \frac{4}{5} + \frac{25}{5} = \frac{29}{5}$$

$$\frac{29}{5} \div \frac{1}{5} = \frac{29}{5} \times \frac{5}{1} = \frac{29}{1} = 29$$

c. Pour retrouver le nombre de départ, il faut remonter le programme (le faire fonctionner à l'envers).

$$\begin{aligned} & 0 \\ & 0 \times \frac{1}{5} = 0 \\ & 0 - 5 = -5 \\ & -5 \div \frac{3}{7} = -5 \times \frac{7}{3} = \frac{-35}{3} \end{aligned}$$

Donc le nombre de départ était $\frac{-35}{3}$. (Pour vérifier le résultat, on peut refaire fonctionner le programme avec $\frac{-35}{3}$ comme nombre de départ et voir qu'on obtient bien 0 à la fin.)

Exercice 8 :

1. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{21}$

Dans ce collège, $\frac{6}{21}$ des élèves pratiquent un sport collectif en club.

2. $1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

Parmi les élèves pratiquant un sport en club, les $\frac{4}{7}$ pratiquent un sport collectif.

3. $3 \cdot \frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = \frac{8}{7}$

Dans ce collège, $\frac{8}{21}$ des élèves pratiquent un sport individuel en club.

4. a. Comme les deux tiers des élèves pratiquent un sport en club, cela signifie que le tiers des élèves ne font pas de sport en club.

$$\text{Donc } 630 \times \frac{1}{3} = \frac{630}{3} = 210$$

Ainsi, il y a 210 élèves qui ne pratiquent pas de sport en club.

b. $630 \times \frac{6}{21} = \frac{21 \times 30 \times 6}{21} = 30 \times 6 = 180$

Donc 180 élèves pratiquent un sport collectif en club.

c. $630 \times \frac{8}{21} = \frac{21 \times 30 \times 8}{21} = 30 \times 8 = 240$

Donc 240 élèves pratiquent un sport individuel en club.

(On peut vérifier que $210 + 180 + 240 = 630$. On a donc bien pris en compte tous les élèves de ce collège).