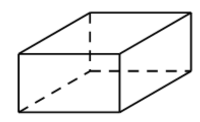
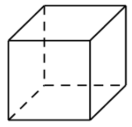
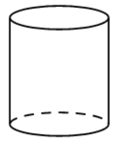
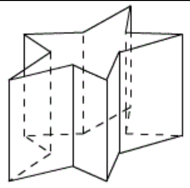
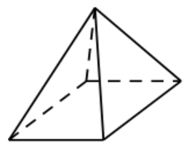
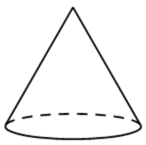
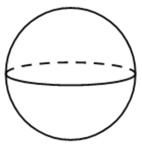
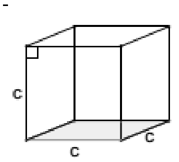
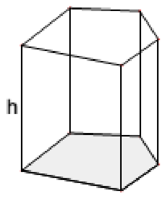
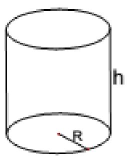
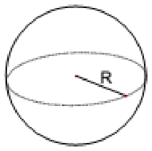
AP $3^{ème}$: Solides, aires et volumes

Solides déjà étudiés :

						
Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)	Cube	Cylindre	Prisme droit	Pyramide	Cône	Sphère

Il est possible de déterminer l'aire de ces solides (la surface extérieure) :

Cube	Prisme droit ou Cylindre de révolution	Sphère
	 	
Aire totale $A = 6 \times c^2$	Aire latérale $A = P \times h$ où P est le périmètre de la base	Aire totale $A = 4 \times \pi \times R^2$

Exemple : calcule la surface d'une sphère de rayon 4m

V $=4 \times \pi \times R^2$ On écrit la formule

V $=4 \times \pi \times 4^2$ On remplace avec les données de l'énoncé

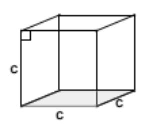
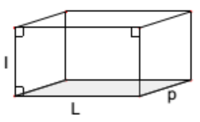
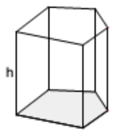
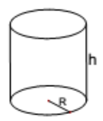
V ~ 201 On utilise la calculatrice pour avoir une valeur approchée

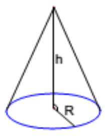
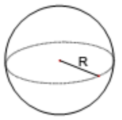
La surface de cette sphère est d'environ 201 m^2.

Volume :

Le volume d'une figure est la mesure de l'espace occupé par un solide.

Rappels

Cube	Pavé droit	Prisme droit ou cylindre de révolution
		 
$V = c^3$	$V = l \times L \times p$	$V = B \times h$ où B est l'aire de la base.

Pyramide ou cône de révolution	Boule
 	
$V = \frac{1}{3} \times B \times h$	$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

Exemple : calcule le volume d'une boule de rayon 4m

V =$\frac{4}{3}\times\pi\times R^3$ On écrit la formule

V =$\frac{4}{3}\times\pi\times 4^3$ On remplace avec les données de l'énoncé

V ~268 on utilise la calculatrice pour avoir une valeur approchée

Le volume de cette boule est d'environ 268 m^3.

Exercice 1 :

a. Une salle de classe mesure 12 mètres de longueur, 6 mètres de largeur et 3 mètres de hauteur. Calculer le volume de cette classe.
b. Calculer le volume d'une boîte de conserve cylindrique de 5cm de rayon et de 15 cm de hauteur.
c. Un ballon de football a un diamètre de 24cm. Calculer son volume.
d. L'arête d'un cube mesure 2 décimètres. Calculer le volume de ce cube.

Exercice 2 :

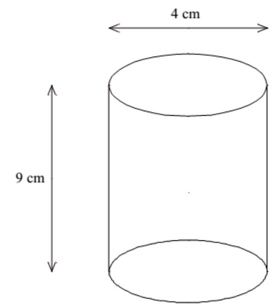
Dans une station-service, une cuve a la forme d'un parallélépipède rectangle de 7,8 mètres de longueur et de 2,5 mètres de largeur.
1. Le matin, le pompiste constate que la hauteur d'essence dans la cuve est de 1,3 mètres. Quel est le volume d'essence contenu dans cette cuve ?
2. Dans la journée, il vend 9,75 m^3 d'essence. Quelle est la hauteur de l'essence qui reste dans la cuve ?

Exercice 3 :

Une tente de montagne igloo a la forme d'une demi-sphère de 2 m de diamètre.
1. Quelle surface de tissu (tapis de sol compris) a-t-on utilisé pour la fabriquer ?
2. Quel est le volume d'air dans la tente ?

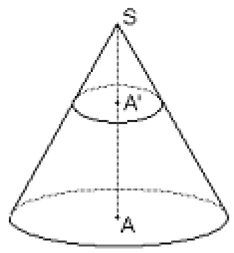
Exercice 4 :

On considère le verre ci-contre qui a une forme cylindrique.
1. Calculer le volume de ce verre au cm^3 près.
2. Combien peut-on remplir de verres comme celui-ci avec une bouteille de 70 cL ?
3. Un glaçon a la forme d'un cube de côté 3cm. Est-il possible de le déposer dans ce verre ?



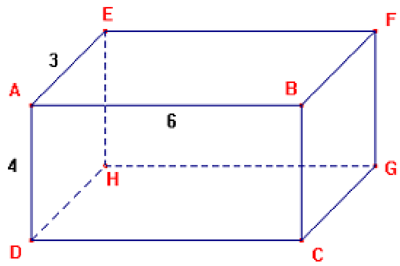
Exercice 5 :

Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que SA = 12 cm.
Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que SA' = 3 cm.
1. Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm.
Calculer le volume du grand cône.
2. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?
3. Calculer le volume de ce petit cône. On arrondira au cm^3.



Exercice 6 :

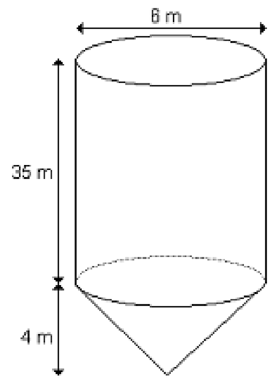
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.
On donne AE= 3 m, AD = 4 m et AB = 6 m.



1. Que peut-on dire des droites (AE) et (AB) ? Justifier.
2. Calculer EG.
3. En considérant le triangle EGC rectangle en G, calculer la valeur de la longueur diagonale [EC] de ce parallélépipède rectangle.
4. Montrer que le volume de ABCDEFGH est égal à 72 m^3.
5. Montrer que l'aire totale de ABCDEFGH est égale à 108 m².

Exercice 7 :

Dans cet exercice, on s'intéresse au réservoir de la fusée XYZ2019, nouveau prototype de fusée interplanétaire.
Ce réservoir est constitué d'un cône surmonté d'un cylindre, comme le montre la figure ci-contre.

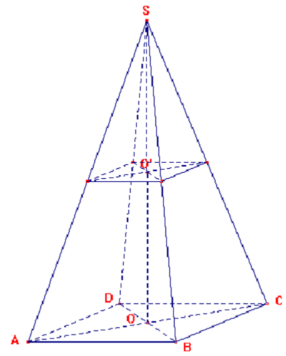


1. Calculer le volume total du réservoir.

2. Le volume de ce réservoir est-il suffisant pour que les moteurs de la fusée fonctionnent pendant 10 minutes, sachant que ces moteurs consomment 1500 litres de carburant par seconde ?

Exercice 8 :

Pour la pyramide ci-contre :
La base est le rectangle ABCD de centre O. AB = 3 cm et BD = 5cm.
La hauteur [SO] mesure 6cm.



1. Montrer que AD = 4 cm.
2. Calculer le volume de la pyramide SABCD en cm^3.
3. Soit O' le milieu de [SO]. On coupe la pyramide par un plan passant par O' et parallèle à la base.
a. Quelle est la nature de la section A'B'C'D' obtenue ?
b. La pyramide SA'B'C'D' est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le coefficient de réduction.
c. Calculer le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

Exercice 9 :

Le diamètre de la Terre est de 12756 km. Sachant que le volume de la planète Mars représente environ 15% celui de la Terre, quel est le volume de la planète Mars ?
(On considère que la Terre et Mars ont une forme sphérique).

AP $3^{ème}$: Solides et volumes

Correction

Exercice 1

a. V= Longueur x largeur x hauteur
V = 12mx6mx3m
V = 216m³ Le volume de cette classe est $216\ m^3$.

b. V = aire base x hauteur
$V = \pi \times 5^2 \times 15$
$V\ \sim 1178\ cm^3$ (arrondi à l'unité). Le volume de la boîte est $1178\ cm^3$.

c. $V = \frac{4}{3}\pi \times R^3$

$V = \frac{4}{3}\pi \times 12^3$

$V \sim 7238\ cm^3$ (arrondi à l'unité). Le volume du ballon est 7238 cm^3.

d. V = c^3

$V = 8\ dm^{3.}$ Le volume du cube est 8$dm^{3.}$.

<u>Exercice 2 :</u>

1.V = Longueur x largeurx hauteur

$V = 7{,}8 \times 2{,}5 \times 1{,}3$

$V = 25{,}35\ m^3$ Le volume d'essence contenu dans cette cuve est $25{,}35\ m^3$.

2. $25{,}35 - 9{,}75 = 15{,}6\ m^3$. Il reste $15{,}6\ m^3$ d'essence dans la cuve.

V = Lxlxh = 7,8x2,5 xh = 19,5xh

19,5 x h = 15,6 (équation : on divise de chaque côté par 19,5)

$h = \frac{15{,}6}{19{,}5}$

$h = 0{,}8$ La hauteur de l'essence restante est 0,8m.

<u>Exercice 3 :</u>

1. Surface = surface de la demi-sphère + surface du tapis de sol

= $(4 \times \pi \times R^2) \div 2 + \pi \times R^2$

= $(4 \times \pi \times 1^2) \div 2 + \pi \times 1^2$

$\sim 9{,}42\ m^3$

La surface de tissu utilisée pour fabriquer la tente est $9{,}42\ m^2$.

2. $V = \left(\frac{4}{3}\pi \times R^3\right) \div 2$ c'est une demi-boule

V = $\left(\frac{4}{3}\pi \times 1^3\right) \div 2$

V $\sim 2{,}1 m^3$ Dans la tente, le volume d'air est environ 2,1 m^3.

<u>Exercice 4 :</u>

1. $V = \pi \times R^2 \times hauteur$

$V = \pi \times 2^2 \times 9$

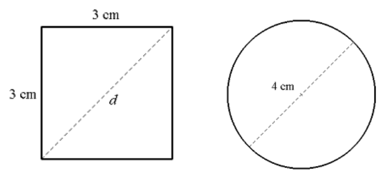
$V \sim 113\ cm^3$

2. On sait que $1\ L = 1\ dm^3$. Donc $1\ cL = 10\ cm^3$ et $70\ cL = 700\ cm^3$

$$\frac{700}{113} \sim 6{,}2$$

On peut donc remplir 6 verres complètement.

3. On sait que la diagonale d d'une face du glaçon est la plus grande longueur (hypoténuse d'un des triangles rectangles de la face) :



Le triangle est rectangle, d'après le théorème de Pythagore on a :

$d^2 = 3^2 + 3^2$

$d^2 = 18$

$d = \sqrt{18}$

$d \sim 4{,}24\ cm.$

La diagonale d'une face du glaçon est supérieure au diamètre du verre.

On ne peut donc pas déposer ce glaçon dans le verre.

Exercice 5 :

1. $V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times hauteur$
   $V = \frac{1}{3} \times \pi \times 7^2 \times 12$
   $V \sim 616\ cm^3$ (arrondi à l'unité)
2. Coefficient de réduction
   $k = \frac{petite\ longueur}{grande\ longueur} = \frac{SA'}{SA} = \frac{3}{12} = 0{,}25$
3. On est dans une réduction, les longueurs sont donc proportionnelles :

SA' =3	Petit rayon
SA= 12	Grand rayon = 7

rayon petit cône $= \frac{3\times 7}{12} = 1{,}75$
Volume petit cône $= \frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}75^2 \times 3$
$\sim 10\ cm^3$ (arrondi à l'unité)

Exercice 6 :

1. Les droites (AE) et (AB) sont perpendiculaires car ABFE est un rectangle.
2. Le triangle EHG est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$EG^2 = EH^2 + HG^2$
$EG^2 = 4^2 + 6^2$
$EG^2 = 16 + 36$
$EG^2 = 52$
$EG = \sqrt{52}$
$EG \sim 7{,}2\ m$ (arrondi au centième)
3. Le triangle EGC est rectangle en G. D'après le théorème de Pythagore, on a :
$EC^2 = EG^2 + GC^2$
$EC^2 = 7{,}2^2 + 3^2$
$EC^2 = 51{,}84 + 9$
$EC^2 = 60{,}84$
$EC = \sqrt{60{,}84}$
$EC \sim 7{,}8\ m$
4.Volume de ABCDEFGH = Longueur x largeur x hauteur
$= 3m \times 4m \times 6m$
$= 72\ m^3$
5. Aire de ABCDEFGH $= Aire_{AEHD} \times 2 + Aire_{ABCD} \times 2 + Aire_{ABFE} \times 2$
$= 3 \times 4 \times 2 + 4 \times 6 \times 2 + 6 \times 3 \times 2$
$= 24 + 48 + 36$
$= 108\ m^3$

Exercice 7 :

1. Volume cylindre = aire base x hauteur
   $= \pi \times 3^2 \times 35$
   $\sim 990\ m^3$ (arrondi à l'unité)

Volume du cône $= \frac{1}{3} aire\ base \times hauteur$
$= \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 4$
$\sim 38\ m^3$ (arrondi à l'unité)

$Volume\ du\ réservoir = Volume\ du\ cylindre + volume\ du\ cône$
$\sim 990m^3 + 38m^3$
$\sim 1\ 028m^3$

Donc le volume du réservoir est 1 028 m^3.

2. On sait que$1\ m^3 = 1\ 000\ dm^3$ donc $1028\ m^3 = 1\ 028\ 000\ dm^3$.

$1500\ L = 1500\ dm^3$.

$1500 \times 10 \times 60 = 900\ 000\ dm^3$.

Il faut donc 900 000 dm^3 pour un vol de 10 minutes.

Le volume de ce réservoir est donc suffisant.

Exercice 8 :

1. Le triangle ABD est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore, on a :$BD^2 = AB^2 + AD^2$

$5^2 = 3^2 + AD^2$
$25 = 9 + AD^2$
$AD^2 = 25 - 9$
$AD^2 = 16$
$AD = \sqrt{16}$
$AD = 4\ cm$

2. Volume de la pyramide SABCD $= \frac{1}{3} \times AB \times AD \times SO = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 \times 6 = 24\ cm^3$

3. a. La section A'B'C'D' est un rectangle.

b. k= $\frac{petite\ longueur}{grande\ longueur} = \frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$ $(car\ O'est\ le\ milieu\ de\ [SO])$ le coefficient de réduction est égal à 0,5.

c. Les longueurs sont proportionnelles :
A'B'= $k \times AB = 0{,}5 \times 3 = 1{,}5$cm et A'D'= $k \times AD = 0{,}5 \times 4 = 2$cm
Puis Volume SA'B'C'D'= $\frac{1}{3} \times A'B' \times A'D' \times SO' = \frac{1}{3} \times 1{,}5 \times 2 \times 3 = 3\ cm^3$

Exercice 9 :

Rayon Terre $= 12756 \div 2 = 6378\ km$
Volume de la Terre $= \frac{4}{3} \times \pi \times 6378^3 = 1\ 086\ 781\ 293\ 000\ km^3 (= 1,086\ 781\ 293 \times 10^{12} km^3)$
Volume de Mars : $\frac{15}{100} \times 1\ 086\ 781\ 293\ 000 = 163\ 017\ 194\ 000\ \ km^3 (= 1,630\ 171\ 94 \times 10^{11} km^3)$