

# Arithmétique 2

## Nombres premiers inférieurs à 100

En 5<sup>ème</sup>, tu as appris à trouver la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 30 et tu connais cette liste. Nous allons la compléter, mais avant, un rappel :

**Définition :** Un nombre est **premier** s'il possède **exactement deux diviseurs** qui sont 1 et lui-même.

Cherchons tous les nombres premiers inférieurs à 100.



Eratosthène était un mathématicien, astronome, philosophe, géographe, poète, ... grec né en 276 avant J.C. à Cyrène.

Pour en apprendre davantage :

[https://www.youtube.com/watch?v=A\\_AoT-6JfKY&t=4s&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=A_AoT-6JfKY&t=4s&ab_channel=MathsetJeux)



En utilisant la méthode du crible d'Eratosthène, retrouve la liste des nombres premiers inférieurs à 100 :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**Propriété :** Il existe une **infinité de nombres premiers**.

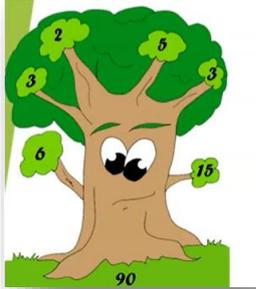
## Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

**Propriété :** Tout entier  $n$  plus grand ou égal à 2, possède une **unique décomposition en produit de facteurs premiers**.

**Remarque :** Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

Cela signifie que ces décompositions de 70 en produit de facteurs premiers sont considérées comme identiques :

$$\begin{aligned} 70 &= 2 \times 5 \times 7 & ; & & 70 &= 5 \times 2 \times 7 & ; & & 70 &= 5 \times 7 \times 2 & ; \\ 70 &= 2 \times 7 \times 5 & ; & & 70 &= 7 \times 5 \times 2 & ; & & 70 &= 7 \times 2 \times 5 \end{aligned}$$



Détaillons sur un exemple, une méthode, que j'appelle « méthode de l'arbre », pour décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers.

<p>On cherche à décomposer en un produit de facteurs premiers le nombre 60.</p>	<p>Grâce aux critères de divisibilité, on sait que 10 est un diviseur de 60.  <math>60 = 10 \times 6</math>.          On dessine deux nouvelles branches, et sur les feuilles on écrit : 10 et 6.</p>	<p>10 n'est pas premier : <math>10 = 2 \times 5</math>.          6 n'est pas premier : <math>6 = 2 \times 3</math>.          On dessine de nouvelles branches.          Sur chacune des nouvelles feuilles on trouve : 2, 3 et 5.          Ce sont des nombres premiers.          La décomposition est terminée.</p>

On vient de trouver comme décomposition de 60 en produit de facteurs premiers :

$$60 = 2 \times 5 \times 2 \times 3$$

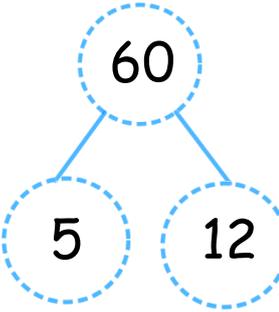
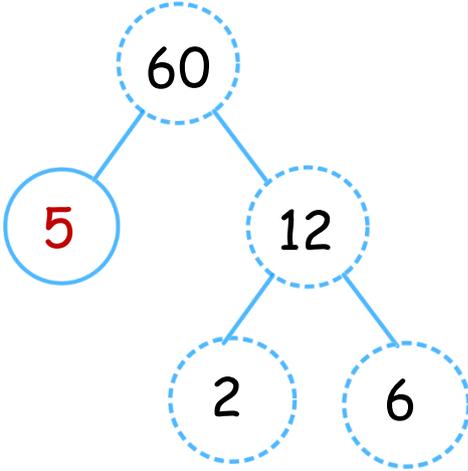
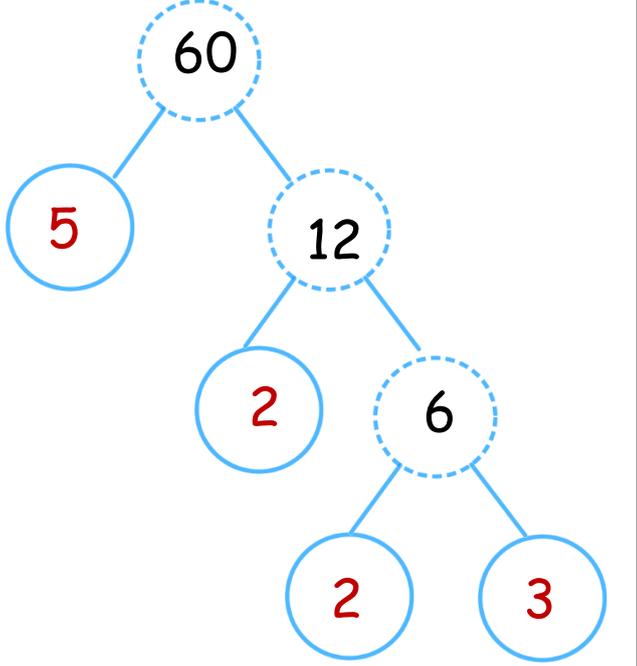
On a pour habitude d'écrire les facteurs dans l'ordre croissant :

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Enfin, lorsqu'il y a plusieurs facteurs identiques, on les écrit sous la forme d'une puissance :

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Cette décomposition est unique, et pourtant au départ, on a choisi le diviser en premier 60 par 10. Vérifions que le résultat final reste le même si on commence en divisant 60 par 5 :

		
<p>Grâce aux critères de divisibilité, on sait que 5 est un diviseur de 60. <math>60 = 5 \times 12</math>.</p>	<p>5 est premier, cette branche est terminée. 12 n'est pas premier : <math>12 = 2 \times 6</math>.</p>	<p>2 est premier, cette branche est terminée. 6 n'est pas premier : <math>6 = 2 \times 3</math>. 2 et 3 sont des nombres premiers, donc ces branches sont terminées.</p>

Donc on retrouve :

$$60 = 5 \times 2 \times 2 \times 3$$

C'est-à-dire :

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Peu importe l'ordre dans lequel on écrit les diviseurs, on retrouve grâce à cette méthode la décomposition en produit de facteurs premiers d'un nombre.

**Application :** décompose en produit de facteurs premiers : 18 ; 55 ; 68 ; 100.

**Remarque :** Les nombres premiers ont un arbre de décomposition avec une unique feuille :



Questions flash :

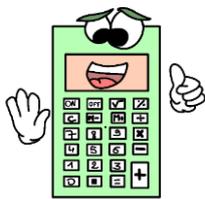


- 1) .....
- 2) .....
- 3) .....
- 4) .....
- 5) .....
- 6) .....
- 7) .....
- 8) .....
- 9) .....
- 10) .....

[https://www.youtube.com/watch?v=7P1x\\_A9EOQI&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=7P1x_A9EOQI&ab_channel=MathsetJeux)



**Exercice :** écris la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants : 24 ; 75 ; 124 ; 429 ; 199 ; 780.

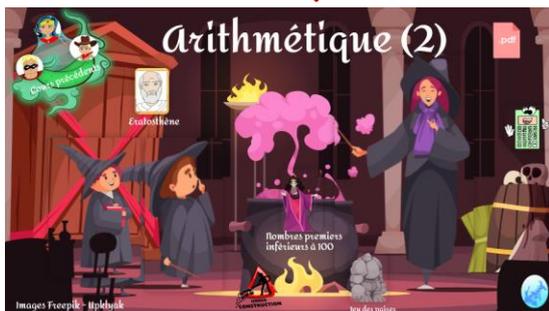


Vérifie à l'aide de la calculatrice :



[https://www.youtube.com/watch?v=ahbcHc5yO64&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=ahbcHc5yO64&ab_channel=MathsetJeux)

## Classe Genially



<https://view.genial.ly/61cc30145926570df2888b8e>

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction (textes ou images) ne peut être faite sans mon autorisation.