

Puissances d'exposant positif d'un nombre entier

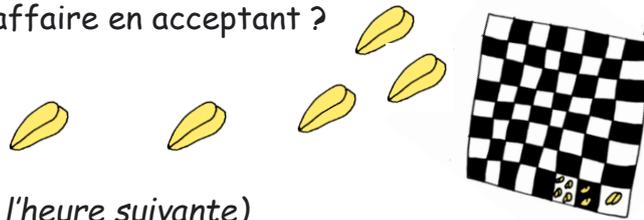
La légende de Sessa : Une légende raconte que le roi des Perses voulut remercier un de ses sujets, nommé Sessa, pour avoir inventé le jeu d'échec.

Le roi proposa 64 pièces d'or.

Sessa demanda qu'on lui offre simplement le contenu de la dernière case de l'échiquier si on pose :

- un grain de blé sur la première case
- deux grains sur la seconde
- et ainsi de suite en doublant le nombre de la case précédente jusqu'à la 64^{ème} case.

Le roi a-t-il fait une bonne affaire en acceptant ?



(travail de groupe corrigé à l'heure suivante)

Notations :

2×2 se note 2^2

$2 \times 2 \times 2$ se note 2^3

$2 \times 2 \times 2 \times 2$ se note 2^4

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ se note 2^{\dots}

$2 \times \dots \times 2$ se note 2^{\dots}

└──────────┘

63 fois

$2 \times \dots \times 2$ se note 2^{\dots}

└──────────┘

n fois

Définition : Soit n un nombre entier positif non nul et a est un nombre relatif, on appelle **a** **exposant n** et on note a^n , le produit de n facteurs tous égaux à a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemples :

$3^3 =$

$1^7 =$

$5^4 =$

$10^6 =$

$4^2 =$

$6^3 =$

$$(2 + 3)^2 = (2 + 3) \times (2 + 3)$$

L'exposant porte sur tout ce qui est à l'intérieur de la parenthèse.

$$(-1)^4 = (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$$

Comme il y a dans ce produit un nombre pair de facteurs négatifs, $(-1)^4$ est positif. Plus précisément : $(-1)^4 = 1$

Sans les parenthèses, le calcul est différent :

$$-1^4 = -1 \times 1 \times 1 \times 1 = -1$$

Dans ce cas, le résultat est négatif : le signe '-' n'est pas entre parenthèses, on ne doit pas calculer (-1) exposant 4, mais le nombre négatif dont la valeur absolue est '1 exposant 4'.

Exemples :

$-5^3 =$

$(-5)^3 =$

$-10^4 =$

$(-10)^6 =$

$-4^2 =$

$(-1)^{36} =$

Questions flash :



1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)



https://www.youtube.com/watch?v=UZFYCpw5MOI&ab_channel=MathsetJeux

Convention : quel que soit le nombre **a** non nul :

$$a^0 = 1$$

Propriété : Quel que soit n un entier naturel non nul,

- si n est pair $(-1)^n = 1$
- si n est impair $(-1)^n = -1$

Démonstration :

Soit n un entier naturel non nul.

$$(-1)^n = \underbrace{(-1) \dots \times (-1)}_{n \text{ facteurs}}$$

$(-1)^n$ est le produit de n facteurs négatifs tous égaux à (-1) .

Or, d'après la propriété sur le signe d'un produit, un produit est positif si le nombre de facteurs négatifs est pair et il est négatif sinon.

Donc :

- si n est pair $(-1)^n$ est positif
- si n est impair $(-1)^n$ est négatif

Dans les deux cas, le calcul de la valeur absolue est le même : on doit multiplier n facteurs tous égaux à 1. Le produit de facteurs tous égaux à 1 est égal à 1. Donc :

- si n est pair $(-1)^n = 1$
- si n est impair $(-1)^n = -1$

Priorités opératoires : PEMDAS

Règle : Pour calculer une expression numérique avec des nombres relatifs, on doit respecter les priorités suivantes :

- **P**arenthèses : on commence par effectuer les calculs entre parenthèses,
- **E**xposants : puis on calcule les puissances,
- **M**ultiplications et **D**ivisions : les multiplications et divisions sont ensuite prioritaires,
- **A**dditions et **S**oustractions : on termine le calcul par les additions et soustractions.



https://www.youtube.com/watch?v=ZzeDWFhYv3E&ab_channel=MathSongsbyNUMBEROCK

Exemple corrigé :

$$A = 5 - 3 \times (4 - 2)^3$$

On commence par le calcul entre parenthèses,

$$A = 5 - 3 \times 2^3$$

puis on calcule la puissance,

$$A = 5 - 3 \times 8$$

la multiplication est ensuite prioritaire,

$$A = 5 - 24$$

on termine par la soustraction.

$$A = -19$$

A toi d'utiliser cette règle pour calculer les expressions numériques suivantes :

| | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| $B = 8 \div 2 - 2^2 + 2 \times 4$ | $C = 4 - 9 \div 3^2 + (2 \times 6)$ |
| $D = (11 - 9) \div 2 + (5 - 10)^3$ | $E = 4 - 10 \times (-1)^5$ |
| $F = -6 - (15 - 5) \times (-2)^4$ | $B = (3 - 6)^2 \times (1 - 2)^{11}$ |

[Exercice corrigé en vidéo :](#)



Par exemple, on sait ça Genially :



<https://view.genial.ly/61c9a60aea8ef70debb3ad5f>