

Puissances de 10

Exposant positif



Le bavard :

Chayton a fait un rêve fabuleux : un faucon lui a délivré un message sur les aurores boréales.

Comme il est très bavard, il raconte son rêve samedi à 10 personnes.

Chacune de ces personnes raconte le lendemain cette même histoire à 10 nouvelles personnes.

Ces 10 nouvelles personnes racontent à leur tour cette histoire à 10 autres personnes, etc. En supposant que chaque personne qui a appris l'histoire la transmette le lendemain à 10 nouvelles personnes, combien de personnes seront informées le 8^{ème} jour ? 10^{ème} jour ? nième jour ?

Pour alléger l'écriture de ces produits du même facteur 10, on utilise une notation :

Notation	Produit correspondant
10^2	10×10
10^3	$10 \times 10 \times 10$
10^{\dots}	$10 \times 10 \times 10 \times 10$
10^{\dots}	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
10^{\dots}	$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
10^{11}
10^n

Définition : Quel que soit le nombre n entier positif non nul, on appelle **puissance de 10 d'exposant n** et on note **10^n** , le produit de n facteurs tous égaux à 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1 \underbrace{0 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples : Donne l'écriture décimale des puissances de 10 suivantes

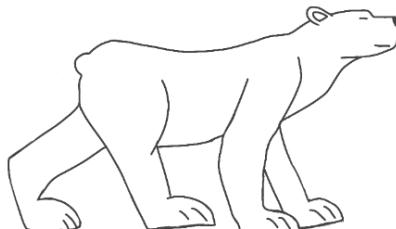
$$10^5 = \quad ; \quad 10^1 = \quad ; \quad 10^6 =$$

Exemples : Ecris sous la forme d'une puissance de 10

$$100 = \quad ; \quad 10\,000 = \quad ; \quad 1\,000\,000\,000 =$$

Convention: $10^0 = 1$

Questions flash :



Quelques préfixes à connaître

Préfixe	Notation	Puissances de 10
giga	G	$10^9 = 1\,000\,000\,000$
mega	M	$10^6 = 1\,000\,000$
kilo	k	$10^3 = 1\,000$
hecto	h	$10^2 = 100$
déca	da	$10^1 = 10$

Exemples :

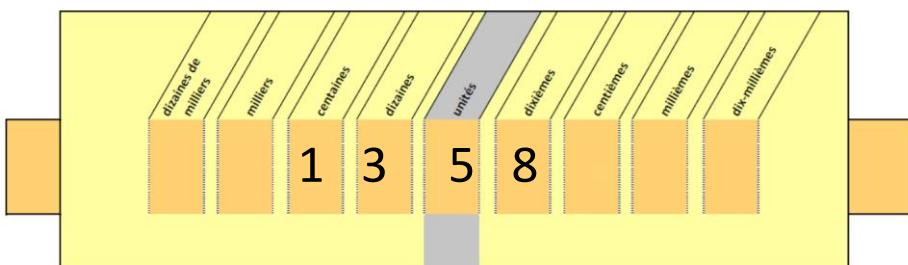
Une clé USB de 64 Go est une clé USB qui permet de stocker 64×10^9 octets de données.
La vitesse de cette clé est de 130 Megabytes par seconde : 130×10^6 bytes par seconde

Multiplier un décimal par une puissance de 10 d'exposant positif

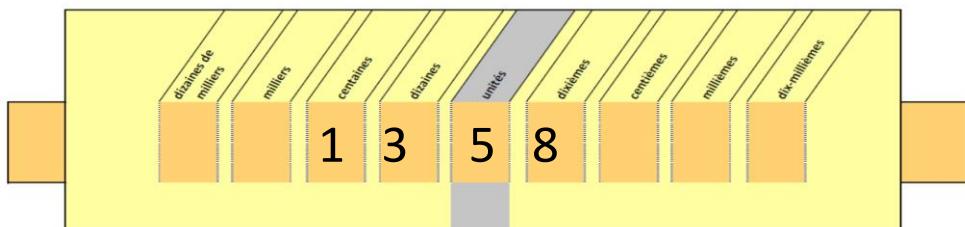
Si on multiplie un nombre par 10, 100, 1 000 etc., chaque chiffre de l'écriture décimale de ce nombre prend une valeur 10, 100, 1000 etc. fois plus grande, cela revient à décaler tous les chiffres du nombre de 1, 2, 3 etc. rangs vers la gauche.

Exemple 1 : $13,58 \times 10 =$

On écrit 13,58 dans le tableau de numération :



Comme on multiplie 13,58 par 10, on décale chaque chiffre de son écriture décimale d'un rang vers la gauche :



$$13,58 \times 10 = 135,8$$

Exemple 2 : $27,9 \times 10^3 =$

Comme on multiplie 27,9 par $10^3 = 1\,000$, on décale chaque chiffre de son écriture décimale de 3 rangs vers la gauche :

On écrit des '0' dans les cases restées vides jusqu'à la colonne des unités.

$$27,9 \times 10^3 = 27\,900$$

Exemples : (à faire dans le cahier d'exercices)

$0,7495 \times 10^3 =$	$0,008453 \times 10^6 =$	$2,9 \times 10^3 =$
$3 \times 10^4 =$	$4 \times 10^2 =$	$0,0007 \times 10^4 =$

Exposant négatif

Définition : Quel que soit le nombre n entier positif non nul, on appelle **puissance de 10 d'exposant $-n$** et on note 10^{-n} , l'**inverse de 10^n** :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = 0,00 \dots 01$$

n zéros

Exemples : Donne l'écriture décimale des puissances de 10 suivantes

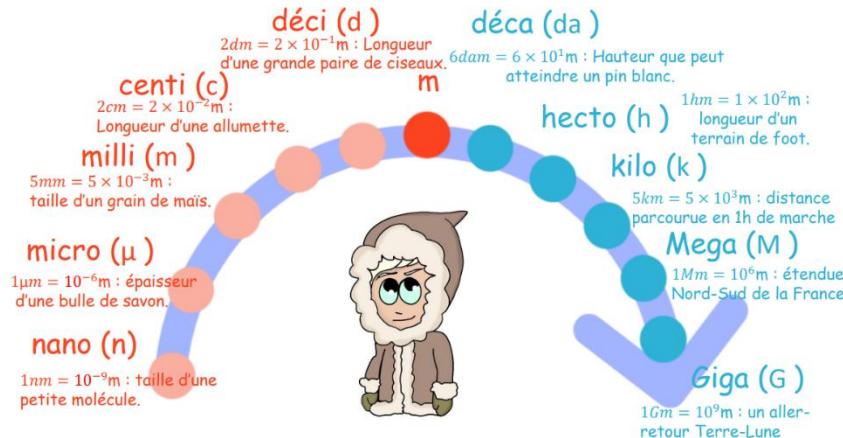
$$10^{-5} = ; \quad 10^{-1} = ; \quad 10^{-6} =$$

Exemples : Ecris sous la forme d'une puissance de 10

$$0,001 = ; \quad 0,0001 = ; \quad 0,000\,000\,1 =$$

Questions flash :Quelques préfixes à connaître

Préfixe	Notation	Puissances de 10
déci	d	$10^{-1} = 0,1$
centi	c	$10^{-2} = 0,01$
milli	m	$10^{-3} = 0,001$
micro	μ	$10^{-6} = 0,000\,001$
nano	n	$10^{-9} = 0,000\,000\,001$

Questions flash :

Multiplier un décimal par une puissance de 10 d'exposant négatif

Exemple : $27,9 \times 10^{-3} =$

$10^{-3} = 0,001$, on décale donc chaque chiffre de 3 rangs vers la droite :

$$27,9 \times 10^{-3} = 0,0279$$

Exemples : (cahier d'exercices)

$749,5 \times 10^{-2} =$	$8453 \times 10^{-4} =$	$2,9 \times 10^{-1} =$
$3 \times 10^{-4} =$	$400 \times 10^{-2} =$	$72 \times 10^{-2} =$

Quelques exemples

$$10^2 \times 10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$$

On peut remarquer sur cet exemple que $10^2 \times 10^4 = 10^{2+4}$

$$\frac{10^5}{10^2} = \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{10 \times 10} = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

(*rappel : on ne change pas la valeur d'une fraction en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul. On a divisé par 100 numérateur et dénominateur dans l'exemple précédent)

$$\text{On peut remarquer } \frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2}$$

$$(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^6$$

$$\text{On peut remarquer } (10^2)^3 = 10^{2 \times 3}$$

Exercice : Ecris sous la forme d'une puissance de 10, pour cela reviens à la définition des puissances de 10 et détaille le calcul

$10^3 \times 10^2 =$	$\frac{10^4}{10^2} =$	$\frac{10^7}{10^2} =$	$10^5 \times 10^2 =$
----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------

Questions flash :



Rappels

Un dixième	10^{-1}	0,1
Un centième	10^{-2}	0,01
Un millième	10^{-3}	0,001
Un dix-millième	10^{-4}	0,000 1
Un cent-millième	10^{-5}	0,000 01
Un millionième	10^{-6}	0,000 001
Un dix-millionième	10^{-7}	0,000 000 1
Un cent-millionième	10^{-8}	0,000 000 01
Un milliardième	10^{-9}	0,000 000 001

