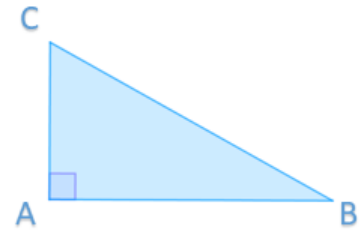




(introduction)

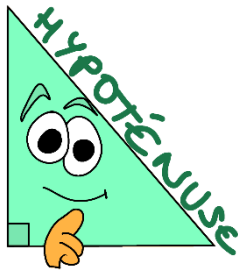
**Définition :** Dans un triangle rectangle, on appelle **hypoténuse**, le côté opposé à l'angle droit.

Dans ce triangle, l'hypoténuse est le côté [BC].



**Propriété :** L'hypoténuse est le plus long côté d'un triangle rectangle.

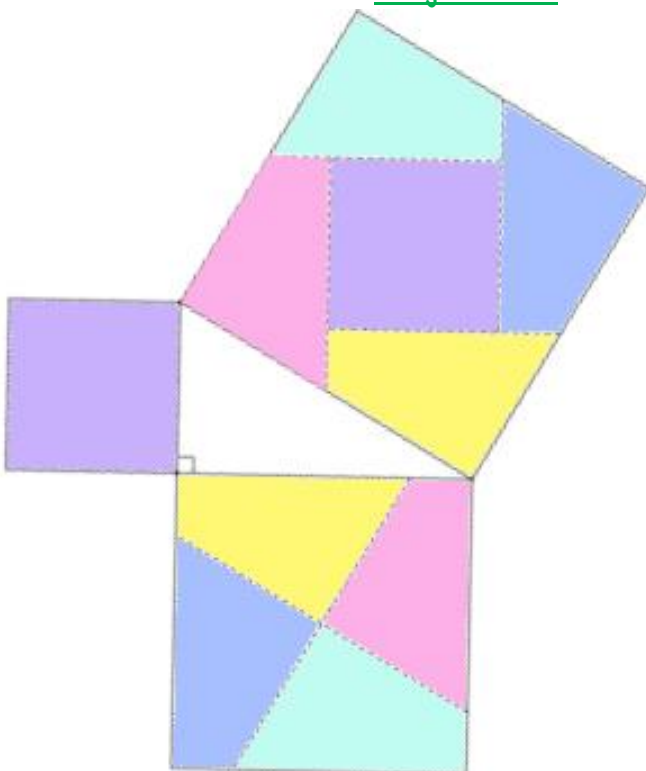
**Questions flash :** Entraîne-toi à reconnaître l'hypoténuse des triangles suivants :



- 1) .....
- 2) .....
- 3) .....
- 4) .....
- 5) .....



Conjecture :



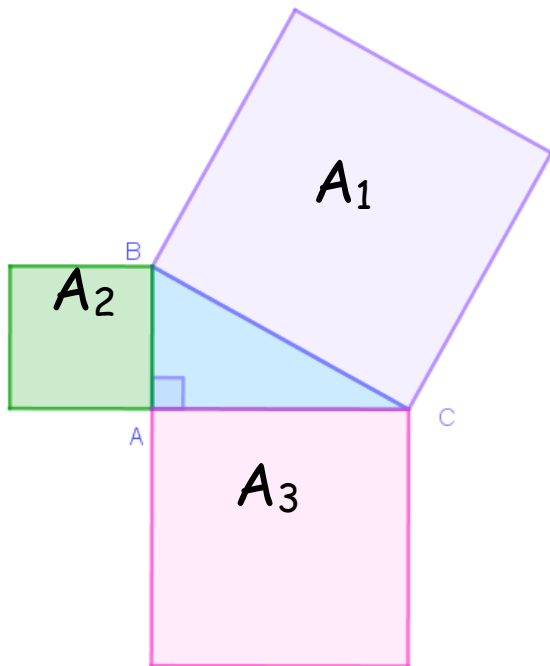
A partir de la dissection de Périgal : Henry Périgal (1801-1898) était un mathématicien anglais, connu pour une preuve du théorème de Pythagore.

Construis ce puzzle et observe l'animation de la classe Genially puis indique par un même numéro les pièces qui correspondent sur la figure ci-contre.

Quelle conjecture peut-on faire ?



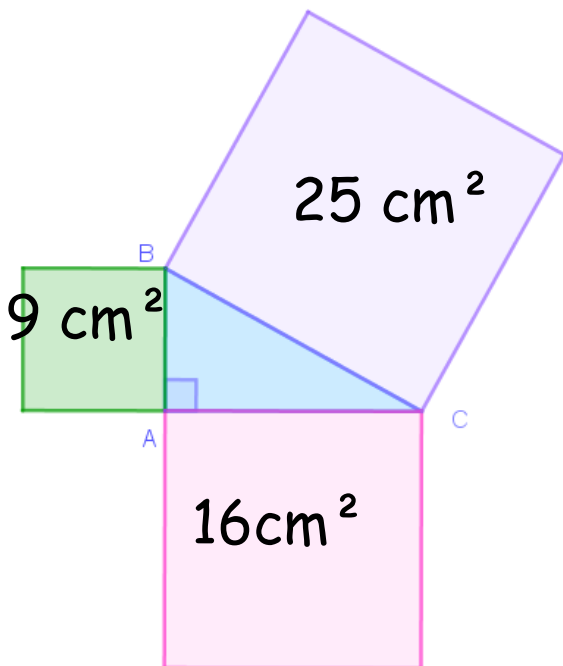
**Conjecture :** Si un triangle est rectangle, l'aire du carré ayant pour côté l'hypoténuse, est égale à la somme des aires des carrés formés sur les deux autres côtés.



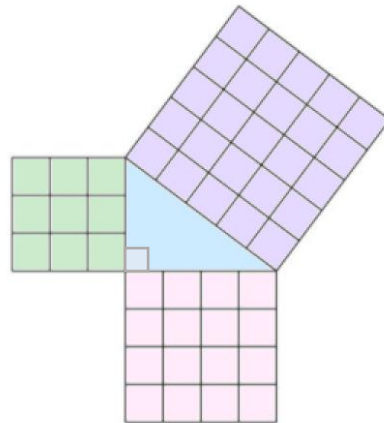
Notons  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  les aires des carrés construits sur les 3 côtés du triangle rectangle ;  $A_1$  étant l'aire du carré construit sur l'hypoténuse.

D'après notre conjecture :

$$A_1 = A_2 + A_3$$



On peut le retrouver sur cet exemple :



Cette proposition que l'on vient de conjecturer a été démontrée par de nombreux mathématiciens.

Elle occupe une place importante en mathématiques, on l'appelle théorème de Pythagore.

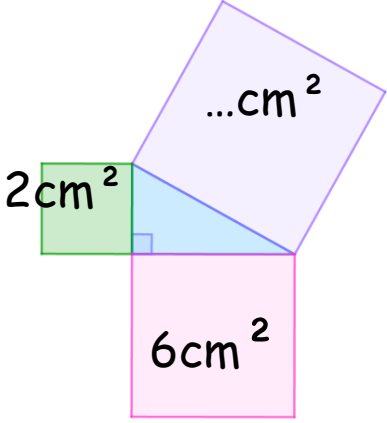
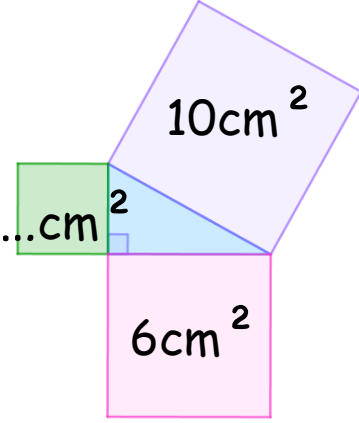
Un théorème est une proposition mathématique démontrée, dont la démonstration peut être compliquée ou dont l'utilisation a été jugée importante.

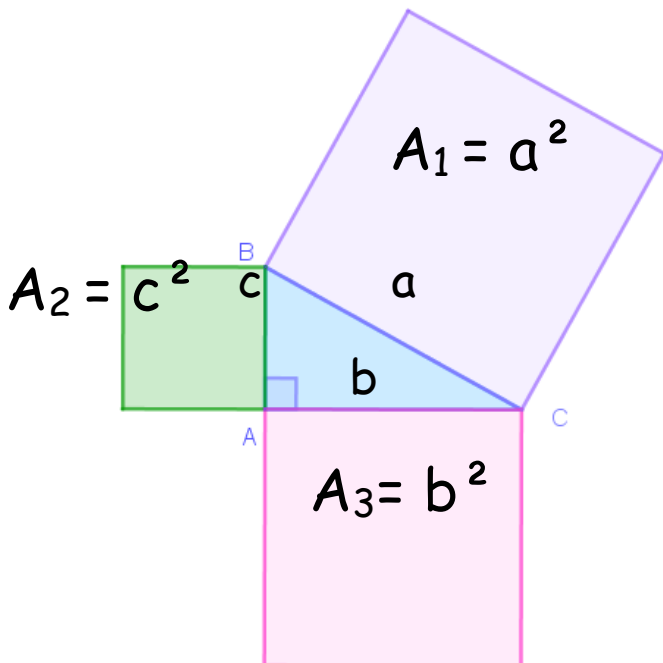
On va pouvoir l'utiliser pour retrouver des aires ou des longueurs de côtés.

## 1) Calcul de l'aire d'un des carrés connaissant des aires

Exemples d'utilisation 1 : On donne des aires et on calcule des aires.

On peut calculer l'aire d'un des carrés connaissant les deux autres aires :

Calcul de l'aire du carré de côté l'hypoténuse	Calcul de l'aire d'un carré de coté un autre coté que l'hypoténuse
	
<p>Dans un triangle rectangle, l'aire du carré de côté l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés formés sur les deux autres côtés.</p> $2\text{cm}^2 + 6\text{cm}^2 = 8\text{cm}^2$ <p>L'aire du carré formé sur l'hypoténuse est de <math>8\text{cm}^2</math>.</p>	<p>Dans un triangle rectangle, l'aire du carré de côté l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés formés sur les deux autres côtés.</p> $\dots + 6\text{cm}^2 = 10\text{cm}^2$ $\dots = 10\text{cm}^2 - 6\text{cm}^2 = 4\text{cm}^2$ <p>L'aire du carré est de <math>4\text{cm}^2</math>.</p>

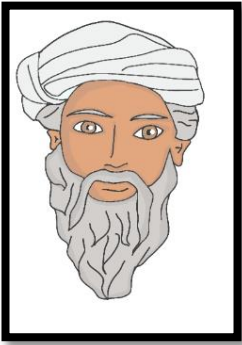


Si on note a la longueur du côté [BC], c'est-à-dire la longueur de l'hypoténuse, b la longueur de [AC] et c la longueur de [AB], on peut calculer les aires de chacun des carrés en fonction de a, b et c.

L'égalité des aires des carrés s'écrit :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

C'est sous cette forme que l'on a l'habitude d'énoncer le théorème de Pythagore.



**Théorème de Pythagore** : Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



Il existe beaucoup de démonstrations très différentes les unes des autres de ce théorème. Toutes ne sont pas compréhensibles au collège, mais tu peux y jeter un œil pour voir la diversité des méthodes utilisées.



Questions flash :



- 1) .....
- 2) .....
- 3) .....
- 4) .....
- 5) .....

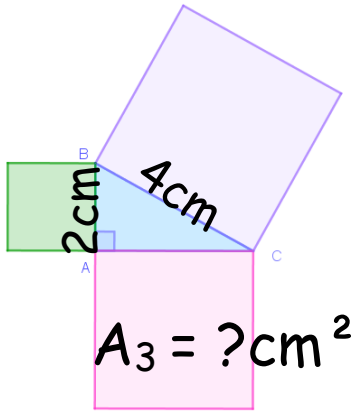


**2) Calcul de l'aire d'un des carrés connaissant des longueurs de côtés**

Exemples d'utilisation 2 : On donne des longueurs et on calcule des aires

Calcul de l'aire du carré de côté l'hypoténuse	
	<p>On calcule les deux aires manquantes :</p> $A_2 = 1\text{cm} \times 1\text{cm} = 1\text{cm}^2$ $A_3 = 3\text{cm} \times 3\text{cm} = 9\text{cm}^2$ <p>Grâce au théorème de Pythagore on calcule la troisième aire :</p> $A_1 = A_2 + A_3 = 10\text{cm}^2$ L'aire du carré construit sur l'hypoténuse est de $10\text{cm}^2$ .

Calcul de l'aire d'un carré construit sur l'un des deux autres côtés



On calcule les deux aires manquantes :

$$A_2 = 2\text{cm} \times 2\text{cm} = 4\text{cm}^2$$

$$A_1 = 4\text{cm} \times 4\text{cm} = 16\text{cm}^2$$

Puis on calcule la 3<sup>ème</sup> grâce au théorème de Pythagore :

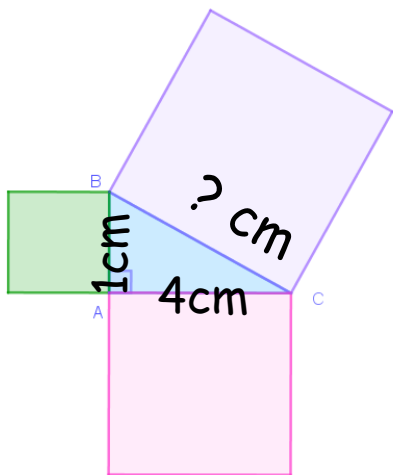
$$A_3 = A_1 - A_2 = 12\text{cm}^2$$

L'aire du carré est égale à  $12\text{cm}^2$ .

### 3) Calcul de la longueur de l'un des côtés

Exemples d'utilisation 3 : On donne des longueurs et on calcule des longueurs

Calcul de la longueur de l'hypoténuse



On procède de la même façon que dans les deux autres cas, pour commencer.

On calcule les aires :

$$A_2 = 1\text{cm} \times 1\text{cm} = 1\text{cm}^2$$

$$A_3 = 4\text{cm} \times 4\text{cm} = 16\text{cm}^2$$

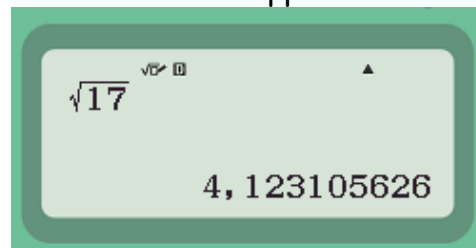
Grâce au théorème de Pythagore, on calcule la troisième aire :

$$A_1 = A_2 + A_3 = 17\text{cm}^2$$

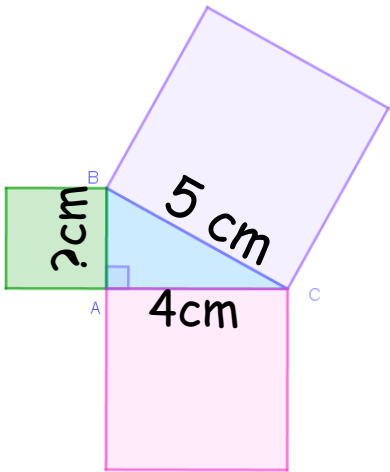
L'aire du carré formé sur l'hypoténuse est égale à  $17\text{cm}^2$ .

Le côté d'un carré d'aire  $17\text{cm}^2$  mesure  $\sqrt{17}\text{cm}$ .

On utilise la calculatrice pour avoir une valeur décimale approchée :



Calcul d'une longueur autre que l'hypoténuse



On procède de la même façon que dans les deux autres cas, pour commencer.

On calcule les aires :  
 $A_1 = 5\text{cm} \times 5\text{cm} = 25\text{cm}^2$   
 $A_3 = 4\text{cm} \times 4\text{cm} = 16\text{cm}^2$

Grâce au théorème de Pythagore, on calcule la troisième aire :

$$A_2 = A_1 - A_3 = 25\text{cm}^2 - 16\text{cm}^2 = 9\text{cm}^2$$

L'aire du carré formé par l'hypoténuse est égale à  $9\text{cm}^2$ .

Le côté d'un carré d'aire  $9\text{cm}^2$ .

9 est un carré parfait,

$$\sqrt{9} = 3$$

Donc la longueur recherchée est égale à 3cm.

Classe Genially :

