



Rectangle ou pas ?

On a déjà utilisé le théorème de Pythagore pour calculer des longueurs de côtés de triangle rectangle.
Dans ce chapitre, on va se demander si un triangle, dont on connaît les longueurs des trois côtés, est rectangle ou non.

La réciproque pour prouver qu'un triangle est rectangle

Considérons une proposition rédigée de la façon suivante :

Si affirmation 1 alors affirmation 2.

La **réciproque** de cette proposition s'obtient en intervertissant les affirmations 1 et 2.

Si affirmation 2 alors affirmation 1.

La réciproque d'une proposition vraie, n'est pas obligatoirement vraie.

Si je suis français alors je suis européen.

Cette proposition est vraie, mais...

Si je suis européen alors je suis français.

...la proposition réciproque est fausse.

Parfois les deux propositions sont fausses toutes les deux.

Si je m'appelle Aurélie alors je joue du piano.

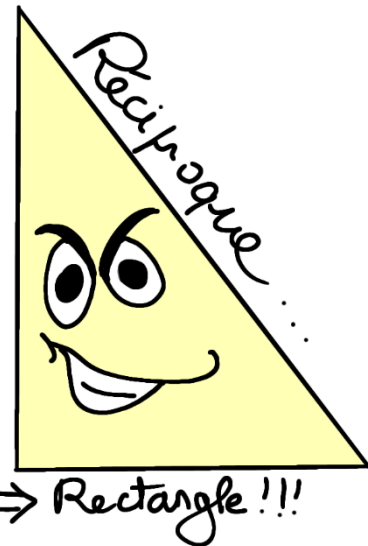
Si je joue du piano alors je m'appelle Aurélie.

Les deux propositions sont fausses.

Parfois les deux propositions sont vraies toutes les deux.

Si je suis demi-pensionnaire alors je mange à la cantine. *Les deux propositions sont*

Si je mange à la cantine alors je suis demi-pensionnaire. *vraies.*



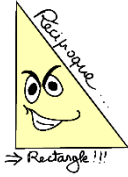
Activité

- Voici trois nombres $a = 6,5$, $b = 6$ et $c = 2,5$.
Vérifie que le carré du plus grand nombre est égal à la somme des carrés des deux autres.
- Construis un triangle dont les côtés ont pour longueur ces trois nombres (l'unité de mesure étant le centimètre). Que peux-tu observer ?

A faire dans le cahier d'exercices. Note ici les observations :

.....
.....

Cet exemple n'est pas un cas particulier. On peut démontrer que la réciproque du théorème de Pythagore est vraie (nous ne le ferons pas dans ce cours).



Réciproque du théorème de Pythagore : Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres, alors ce triangle est rectangle.

Et dans ce cas, l'hypoténuse de ce triangle est le côté dont la longueur est la plus grande, on peut donc préciser en quel sommet le triangle est rectangle.

Exemple de rédaction :

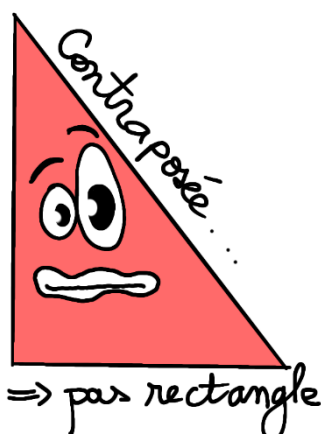
Le triangle RPM a pour longueurs de côtés : $RM = 6\text{cm}$, $RP = 4,8\text{cm}$ et $PM = 3,6\text{cm}$. Ce triangle est-il rectangle ?

	<p>On fait un schéma codé. On a déjà repéré le côté le plus long pour faire le schéma.</p>
<p>[RM] est le côté qui a la plus grande longueur : ce sera donc l'hypoténuse si le triangle est rectangle.</p>	<p>On repère le côté qui a la plus grande longueur.</p>
$RM^2 = 6^2 = 36$	<p>On calcule le carré de la longueur du plus grand côté.</p>
$RP^2 + PM^2 = 4,8^2 + 3,6^2$ $= 23,04 + 12,96$ $= 36$	<p>On calcule séparément la somme des carrés des deux autres longueurs.</p>
<p>Donc</p> $RM^2 = RP^2 + PM^2$	<p>On constate que le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres.</p>
<p>D'après la réciproque du théorème de Pythagore, j'en conclus que le triangle RPM est rectangle en P.</p>	<p>On conclut.</p>

Application :

Le triangle BMX a pour longueurs de côtés : $XM = 17\text{cm}$, $BM = 15\text{cm}$ et $BX = 8\text{cm}$.

Ce triangle est-il rectangle ?



Contraposée pour prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

Voici une proposition :

Si affirmation 1 alors affirmation 2.

La **contraposée** de cette proposition s'obtient de cette façon :

Si négation de affirmation 2 alors négation de affirmation 1.

Une proposition et sa contraposée sont soit vraies toutes les deux...

Si je suis français alors je suis européen.

Les deux propositions sont vraies.

Si je ne suis pas européen alors je ne suis pas français.

...soit fausses toutes les deux.

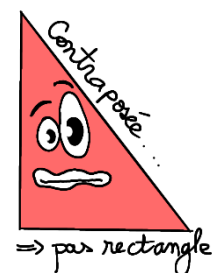
Si je m'appelle Aurélie alors je joue du piano.

Les deux propositions sont

Si je ne joue pas de piano alors je ne m'appelle pas Aurélie.

fausses.

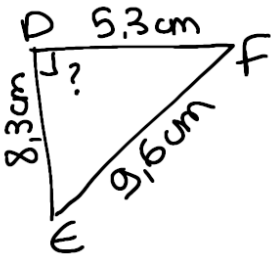
Puisque le théorème de Pythagore est vrai (il a été démontré), sa contraposée est vraie aussi :



Contraposée du théorème de Pythagore : Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres, alors ce triangle n'est pas rectangle.

Exemple de rédaction :

Le triangle DEF a pour longueurs de côtés : $EF = 9,6\text{cm}$, $DE = 8,3\text{cm}$ et $DF = 5,3\text{cm}$. Ce triangle est-il rectangle ?

	<p>On fait un schéma codé.</p>
<p>[EF] est le côté qui a la plus grande longueur : ce sera donc l'hypoténuse si le triangle est rectangle.</p>	<p>On repère le côté qui a la plus grande longueur.</p>
$EF^2 = 9,6^2 = 92,16$	<p>On calcule le carré de la longueur du plus grand côté.</p>
$DE^2 + DF^2 = 8,3^2 + 5,3^2$ $= 68,89 + 28,09$ $= 96,98$	<p>On calcule séparément la somme des carrés des deux autres longueurs.</p>
<p>Donc</p> $EF^2 \neq DE^2 + DF^2$	<p>On constate que le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des deux autres.</p>
<p>D'après la contraposée du théorème de Pythagore, j'en conclus que le triangle DEF n'est pas rectangle.</p>	<p>On conclut d'après la contraposée du théorème de Pythagore. On peut aussi dire d'après le théorème de Pythagore.</p>

Application :

Le triangle MNO a pour longueurs de côtés : $MO = 13\text{cm}$, $NM = 5\text{cm}$ et $NO = 12,2\text{cm}$. Ce triangle est-il rectangle ?

Exercices corrigés :

https://www.youtube.com/watch?v=akYekKC4tq0&ab_channel=MathsetJeux

Classe Genially :



Exercice 1
 Le triangle DEF est tel que $DE=11\text{m}$, $EF=15\text{m}$ et $DF=9\text{m}$.
 Ce triangle est-il rectangle ?
Exercice 2
 Le triangle DEF est tel que $DE=5,1\text{cm}$, $EF=6,8\text{cm}$ et $DF=8,5\text{cm}$.
 Ce triangle est-il rectangle ?
Exercice 3
 Le triangle ABC est tel que $AB = 6\text{ m}$, $BC = 8\text{ m}$ et $AC=9\text{m}$.
 Ce triangle est-il rectangle ?



<https://view.genial.ly/62837165daaee50011e606a>

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction (textes ou images) ne peut être faite sans mon autorisation. Merci à Elisabeth Pierront !