



Proportionnalité

Grandeurs en mathématiques

Qu'est-ce qu'une grandeur en mathématiques ? C'est la « qualité de ce qui est plus ou moins grand ». Illustrons cette notion par des

exemples :

https://www.youtube.com/watch?v=i-VgNdXzi7k&ab_channel=MathsetJeux



Pour des personnes, une grandeur peut être :

- La taille
- Le poids
- L'âge



Pour un phénomène physique, une grandeur peut être :

- La durée



En géométrie, une grandeur peut être :

- la longueur
- l'aire
- le volume
- les angles



Pour un mobile, une grandeur peut être :

- La vitesse

Grandeurs proportionnelles

Définition : Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une sont obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul.

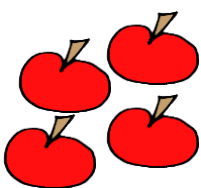
Mais il est plus facile d'utiliser le critère suivant pour reconnaître deux grandeurs proportionnelles :

Deux grandeurs sont proportionnelles, si lorsque je multiplie la valeur de l'une par un nombre, la valeur de l'autre est obtenue en multipliant par le même nombre.



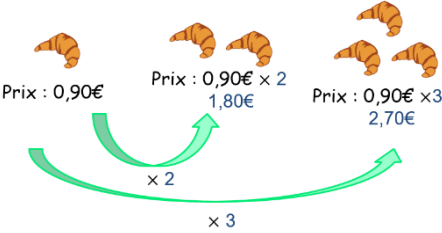
https://www.youtube.com/watch?v=yx-NkDX95k&ab_channel=MathsetJeux



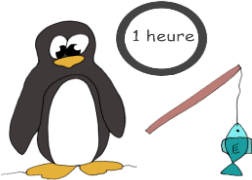
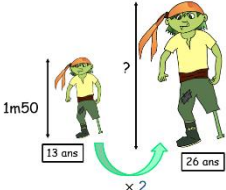
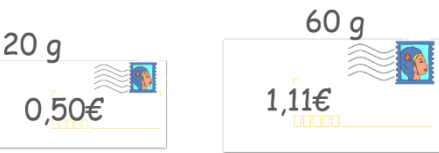

Exemples de grandeurs proportionnelles



Quand on achète des pommes en vrac : le **prix des pommes** et la **masse de pommes** achetées sont deux grandeurs proportionnelles.

 <p>Recette pour 6 personnes</p>	<p>Dans une recette de cuisine, le nombre de personnes et la quantité des ingrédients sont proportionnels.</p>
	<p>Lorsque la vitesse est constante, la distance parcourue et le temps mis à la parcourir sont proportionnels.</p>
 <p>Prix : 0,90€ Prix : 0,90€ × 2 = 1,80€ Prix : 0,90€ × 3 = 2,70€</p> <p>× 2 × 3</p>	<p>Le nombre de gâteaux achetés et le prix à payer sont proportionnels, s'il n'y a pas de promotion.</p>

Exemples de grandeurs qui ne sont pas proportionnelles

 <p>1 heure</p>	<p>Le temps passé à pêcher et le nombre de poissons attrapés ne sont pas proportionnels.</p>
 <p>1m50 ? 2m</p> <p>13 ans 26 ans</p> <p>× 2</p>	<p>La taille et l'âge d'une personne ne sont pas proportionnels.</p>
 <p>20 g 60 g</p> <p>0,50€ 1,11€</p>	<p>La masse d'une lettre et le prix du timbre ne sont pas proportionnels.</p>
<p>Pour deux croissants achetés, le troisième est gratuit :</p> 	<p>S'il y a une promotion, le nombre de gâteaux achetés et le prix à payer ne sont pas proportionnels.</p>

Questions flash :



- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)
- 6)
- 7)
- 8)
- 9)
- 10)

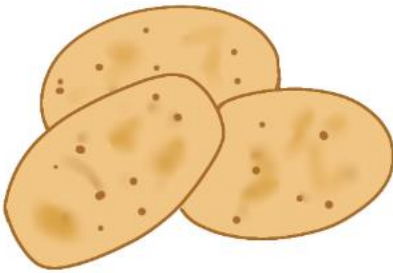


https://www.youtube.com/watch?v=rnCdue6HDDg&t=6s&ab_channel=MathsetJeux

Résoudre des problèmes liés à des situations de proportionnalité

Méthode 1 : je retrouve une quantité comme somme ou différence de deux autres

Cette méthode utilise ce qu'on appelle « la linéarité additive ».



Exemple corrigé : 5 kg de pommes de terre coûtent 6,40 € et 3 kg coûtent 3,84 €. Quel est le prix de 8kg de pommes de terre ? Quel est le prix de 2kg de pommes ?

Les grandeurs dans ce problème sont :

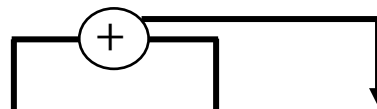
- la masse de pommes de terre en kilogramme (kg)
- le prix des pommes de terre en euros (€)

Ces grandeurs sont proportionnelles, le tableau suivant est

un tableau de proportionnalité :

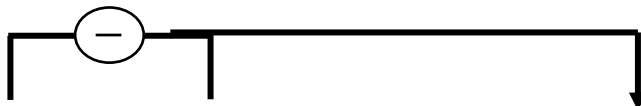
Masse des pommes de terre (en kg)	5	3	8	2
Prix des pommes de terre (en euros)	6,40	3,84		

Comme 8kg est la somme de 5kg et de 3kg, on en déduit que le prix de 8kg de pommes de terre est la somme de 6,40€ et de 3,84€. Ce que l'on peut schématiser de cette façon :



Masse des pommes de terre (en kg)	5	3	8	2
Prix des pommes de terre (en euros)	6,40	3,84	10,24	

Comme 5 kg moins 3 kg font 2 kg, on en déduit que 2 kg de ces pommes de terre coûtent 6,40 € moins 3,84 € soit 2,56 €. Ce que l'on peut schématiser de cette façon :



Masse des pommes de terre (en kg)	5	3	8	2
Prix des pommes de terre (en euros)	6,40	3,84	10,24	2,56€

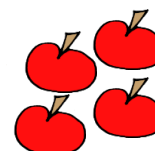
Les exemples suivants sont corrigés en vidéo :

https://www.youtube.com/watch?v=P-aHwm-3tVg&ab_channel=MathsetJeux



Exemple 1 : 3kg de pommes coûtent 7,20€ ; 5kg de pommes coûtent 12€. Combien coûtent 8kg de pommes ?

Quelles sont les deux grandeurs proportionnelles ?



-
-

Phrase réponse :

Exemple 2 : 18L de super SP98 coûtent 25,20€ ; 15L de super SP98 coûtent 21€. Combien coûtent 33 L de SP98 ?

Quelles sont les deux grandeurs proportionnelles ?

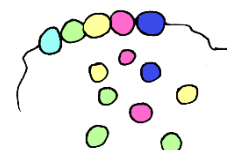


-
-

Phrase réponse :

Exemple 3 : Il me faut 45 perles pour confectionner 3 colliers identiques. Il en faut 105 pour confectionner 7 colliers. Combien de perles me faut-il pour confectionner 4 de ces colliers ?

Quelles sont les deux grandeurs proportionnelles ?

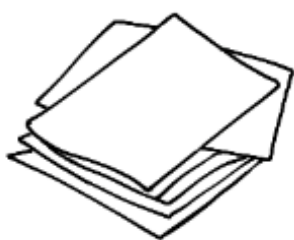


-
-

Phrase réponse :

Méthode 2 : je retrouve une quantité en multipliant ou en divisant une autre quantité par un nombre (différent de 0)

Cette méthode utilise ce qu'on appelle « la linéarité multiplicative ».



Exemple corrigé : Une pile de 500 feuilles de papier identiques a une épaisseur de 3,5 cm. Quelle est l'épaisseur d'une pile de 2 000 de ces mêmes feuilles ?

Les grandeurs dans ce problème sont :

- Le nombre de feuilles de papier dans une pile
- L'épaisseur de la pile mesurée en centimètre (cm)

Ces grandeurs sont proportionnelles car les feuilles sont toutes identiques, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

Nombre de feuilles	500	2 000
Hauteur de la pile (en cm)	3,5	

2 000 feuilles, c'est 4 fois plus que 500, la hauteur de la pile est donc 4 fois plus grande, donc égale à 14cm. On peut le schématiser de cette façon :

Nombre de feuilles	500	2 000
Hauteur de la pile (en cm)	3,5	14



Les exemples suivants sont corrigés en vidéo :

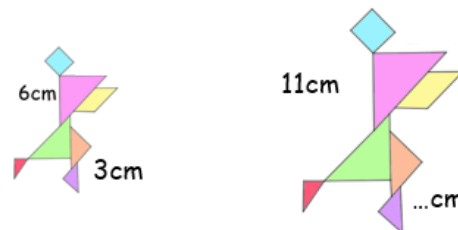
https://www.youtube.com/watch?v=bqvHydmxCQc&ab_channel=MathsetJeux

Exemple 1 : 3kg de pommes coûtent 7,20€. Combien coûtent 15kg de pommes ?



Phrase réponse :

Exemple 2 : Pierre a agrandi son tangram. Le côté d'une des pièces qui mesurait 6cm mesure maintenant 11cm. Quelle est la longueur du côté qui mesurait 3 cm dans le tangram initial ?



Phrase réponse :

Exemple 3 : 18L de super SP98 coûtent 25,20€. Combien coûtent 36 L de SP98 ?



Phrase réponse :

Exemple 4 : Voici la recette de la pâte à crêpes. Ingrédients pour 4 personnes :

200 g de farine ; 4 œufs ; trois quarts de litre de lait ; 40 g de beurre ; 2 cuillères à soupe de sucre.

Quelle quantité de farine est nécessaire pour 12 personnes ?



Méthode 3 : passage à l'unité (passage intermédiaire)

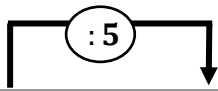


Exemple corrigé : À la garderie, il faut prévoir 80 centilitres de lait pour 5 enfants. Combien faut-il prévoir de centilitres pour 3 enfants ?

Grandeurs proportionnelles :

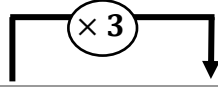
- Capacité de lait en centilitres
- Nombre d'enfants

Calculons la capacité de lait pour 1 enfant : c'est 5 fois moins que pour 5 enfants. Utilisons la méthode 2 :



Capacité de lait (cL)	80	16
Nombre d'enfants	5	1

On peut maintenant calculer la quantité de lait nécessaire à 3 enfants, c'est 3 fois plus que 1 enfant.



Capacité de lait (cL)	80	16	48
Nombre d'enfants	5	1	3

Il faut 48 centilitres de lait pour 3 enfants.

Les exemples suivants sont corrigés en vidéo :

https://www.youtube.com/watch?v=0sqkED1tht8&ab_channel=MathsetJeux



Exemple 1 : 3kg de pommes coûtent 7,20€. Combien coûtent 5kg de pommes ?



Phrase réponse :

Exemple 2 : 18L de super SP98 coûtent 25,20€. Combien coûtent 15 L de SP98 ?

Phrase réponse :

Exemple 3 : 6 gâteaux coûtent 6,60 €. Sachant que ces gâteaux coûtent tous le même prix, combien coûtent 7 de ces gâteaux ?

Phrase réponse :

Méthode 4 : trouver le coefficient de proportionnalité

Définition : Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une sont obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.



Exemple corrigé : Si 30 kg de café coûtent 600 €. Combien coûtent 13 kg de café ?

Dans cet exemple, les grandeurs proportionnelles sont :

- La masse de café en Kg
- Le prix en euros

On peut écrire ces deux grandeurs dans un tableau de proportionnalité :

Masse de café en Kg	30	13
Prix du café en euros	600	...

600 c'est 30 multiplié par 20, il faut multiplier le nombre de kilogrammes de café par 20 pour en trouver le prix en euros.

Masse de café en Kg	30	13
Prix du café en euros	600	...

× 20

20 est le **coefficient de proportionnalité**.

pour en trouver le prix en euros.

Masse de café en Kg	30	13
Prix du café en euros	600	260

× 20

$$13 \times 20 = 260$$

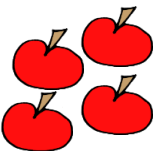
Le prix de 13 kg de café est 260 €.

Les exemples suivants sont corrigés en vidéo :

https://www.youtube.com/watch?v=qkcuyOJEyHk&ab_channel=MathsetJeux



Exemple 1 : 3kg de pommes coûtent 7,20€. Combien coûtent 5kg, 8kg et 15kg de pommes ? La masse des pommes et leur prix sont deux grandeurs proportionnelles




Masse des pommes en Kg	3	5	8	15
Prix des pommes en euros	7,20			

×

Exemple 2 : 18L de super SP98 coûtent 25,20€. Combien coûtent 15 L de SP98 ?

.....sont deux grandeurs proportionnelles

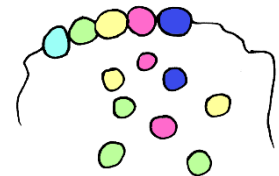

Capacité d'essence en Litres	18	15
Prix en euros	25,20	



Exemple 3 : Il me faut 60 perles pour confectionner 4 colliers identiques. Combien de perles me faut-il pour confectionner 3 de ces colliers ?

Le nombre de perles et le nombre de colliers sont deux grandeurs proportionnelles


Nombre de colliers	4	3
Nombre de perles	60	



Exemple 4 : Dans une recette, s'il faut 240g de riz pour 4 personnes, combien en faut-il pour 6 personnes ?

La masse de riz et le nombre de personnes sont deux grandeurs proportionnelles

Nombre de personnes	4	6
Masse de riz en grammes	240	



Questions flash : https://www.youtube.com/watch?v=xRMjvy_AUIo&ab_channel=MathsetJeux



- | | |
|----------|-----------|
| 1) | 6) |
| 2) | 7) |
| 3) | 8) |
| 4) | 9) |
| 5) | 10) |



Questions flash : https://www.youtube.com/watch?v=sWVOZJ3ueU0&t=2s&ab_channel=MathsetJeux



- | | |
|----------|-----------|
| 1) | 6) |
| 2) | 7) |
| 3) | 8) |
| 4) | 9) |
| 5) | 10) |



Pour t'entraîner, des exercices corrigés :



Julie a trouvé la recette d'un délicieux gâteau pour 4 personnes.

- Si 7 de ses amies viennent goûter, il lui faut un gâteau pour 8 personnes. Quelle quantité de chaque ingrédient lui faudra-t-il ?
- Finally, elle décide de n'inviter que sa meilleure amie et se prépare à faire ce gâteau pour 2 personnes. Quelle quantité de chaque ingrédient lui faudra-t-il ?

Ingrédients pour 4 personnes :

- ❖ 2 œufs
- ❖ 30cL de crème fraîche
- ❖ 110g de sucre
- ❖ 150g de farine



https://www.youtube.com/watch?v=aJHO56m52og&ab_channel=MathsetJeux

Exercice 1



La voiture de Jeanne consomme en moyenne 6,5 litres d'essence pour 100Km.

- Quelles sont les grandeurs proportionnelles ?
- Combien de kilomètres peut-elle parcourir avec 13 litres et 39 litres d'essence ?
- De quelle quantité d'essence aura-t-elle besoin pour parcourir 350Km ?



Exercice 2

Pour faire du béton, on mélange deux sacs de ciment avec 12 seaux de sable.

Si on met 6 sacs de ciment dans la bétonnière, de combien de seaux de sable aura-t-on besoin ?



Exercice 3

Une imprimante met 2 minutes pour photocopier 15 pages



- Combien de pages peut-on photocopier à ce rythme en 6 min, 10 min ?
- Combien de temps faut-il pour photocopier 60 pages ?

https://www.youtube.com/watch?v=Wof_v8-MUI8&t=2s&ab_channel=MathsetJeux

Attention aux parents qui voudraient bien faire et expliqueraient le « produit en croix » à leur enfant : cette méthode n'est pas au programme de 6^{ème}, de façon à permettre aux élèves de maîtriser les 4 autres méthodes avant d'utiliser cet outil qui n'est pas forcément approprié aux situations étudiées cette année. Rassurez-vous, vous le retrouverez en 4^{ème} et votre enfant comprendra pourquoi et comment l'utiliser.

Classe Genially :



<https://view.genial.ly/5f4b6060e784e30d71863612>

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction (textes et images) ne peut être faite sans mon autorisation.