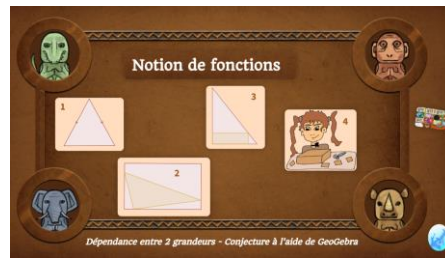




Notion de fonction

Activité découverte



Dans la dernière activité, le volume de la boîte varie en fonction de la longueur du côté du carré.

Si on appelle x la longueur de ce côté, **le procédé qui lui fait correspondre** le volume de la boîte s'appelle une **fonction**, que l'on peut noter v .

On associe à chaque valeur x du côté du carré, le volume correspondant à x que l'on note $v(x)$.

Dans cet exemple, on a vu que : $v(x) = x \times (21 - 2x) \times (29,7 - 2x)$

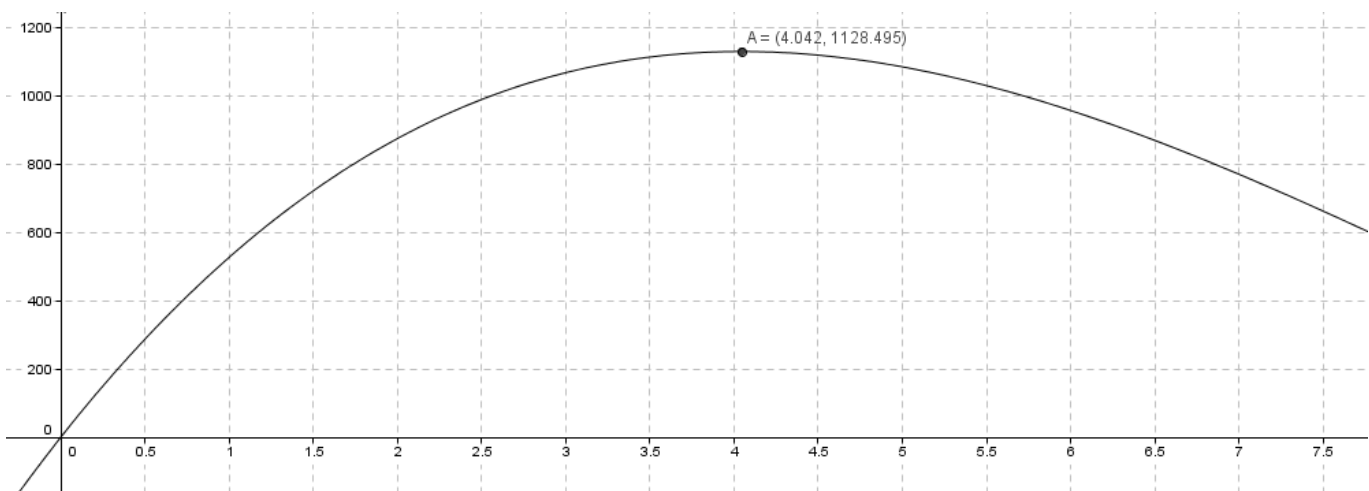
Lorsqu'on calcule la valeur de $v(x)$ par exemple pour $x = 3$, on dit qu'on calcule **l'image de 3 par v** .

x	$v(x)$
3	1066,5
3,1	1078,18
3,2	1088,58
3,3	1097,71
3,4	1105,61
3,5	1112,3
3,6	1117,8
3,7	1122,14
3,8	1125,33
3,9	1127,41
4	1128,4

On a vu que : $v(3) = 1\,066,5$

Dans le tableur, on a pu calculer plusieurs images de nombres par v , c'est ce qu'on appelle un **tableau de valeurs** de la fonction v .

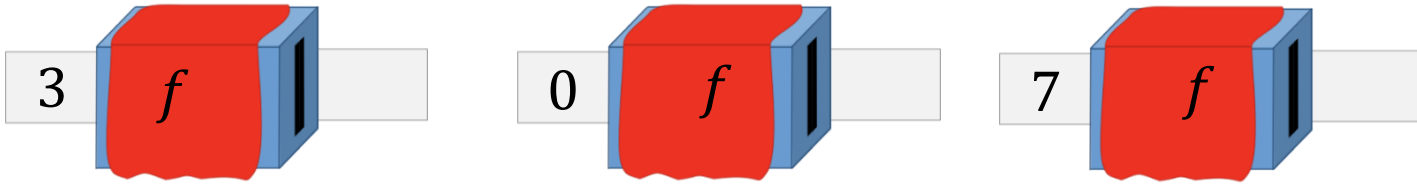
Dans la partie graphique, on a placé les points de coordonnées $(x, v(x))$: c'est la **représentation graphique** de la fonction v .



On considère la boîte associée à la fonction f , définie par l'expression algébrique suivante

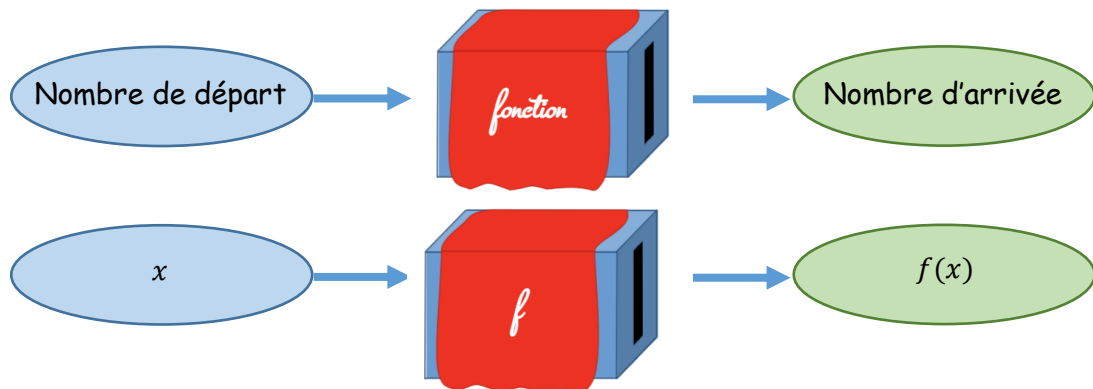
$$f(x) = 5x - 2$$

Trouve les images des nombres suivants :



Généralités sur les fonctions

Définition : Une fonction f est une relation mathématique qui prend une valeur x d'un ensemble de départ et lui en associe une unique autre noté $f(x)$ dans un ensemble d'arrivée.



Si on appelle f la fonction et x le nombre de départ on note $f(x)$ l'image de x par f .
On le lit « f de x ».

Exemple : Soit f la fonction qui, à la longueur x d'un côté d'un carré, associe le périmètre de ce carré. Le périmètre d'un carré se calcule en multipliant par 4 la longueur du côté.

La fonction est définie par :

- $f(x) = 4x$ et se lit « f de x égale $4x$ »
- ou
- $f : x \mapsto 4x$ et se lit « f qui à x associe $4x$ »

Notations d'une fonction

Expression algébrique d'une fonction

Deux rappels importants en vidéo avant de poursuivre :



Exercice corrigé : on considère le programme de calcul suivant :

- On choisit un nombre
- On le multiplie par 3
- On ajoute 2 au résultat obtenu

On appelle f la fonction associée à ce programme de calcul.

- 1) Ecris l'expression algébrique de f .
- 2) Calcule l'image de 5 par f .



Correction :

- 1) $f(x) = 3x + 2$
- 2) $f(5) = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$ L'image de 5 par f est 17.

Exercice corrigé 2 : on considère le programme de calcul suivant :

- On choisit un nombre
- On lui ajoute 7
- On multiplie le résultat obtenu par 2

On appelle g la fonction associée à ce programme de calcul.

- 1) Ecris l'expression algébrique de g .
- 2) Calcule l'image de 5 par g .

Correction :

- 1) $g(x) = 2 \times (x + 7)$
- 2) $g(5) = 2 \times (5 + 7) = 2 \times 12 = 24$ L'image de 5 par g est 24.

Image et antécédent

Définitions : Soit f une fonction. Si au nombre de départ a , la fonction fait correspondre le nombre b , autrement dit si $f(a) = b$, alors on dit que :

- b est **l'image de** a par la fonction f
- a est **un antécédent de** b par la fonction f

Remarques :

- a est le nombre de départ.
- b est le nombre d'arrivée.
- Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction ou n'en avoir aucun.

Exercice corrigé : Considérons la fonction suivante $f : x \mapsto 4x^2 + 5$

- 1) Quelle est l'image de 2 par f ?
- 2) Quelle est l'image de (-3) par f ?

Correction

1) $f(2) = 4 \times 2^2 + 5 = 4 \times 4 + 5 = 16 + 5 = 21$
 2) $f(-3) = 4 \times (-3)^2 + 5 = 4 \times 9 + 5 = 36 + 5 = 41$
 $f(3) = 4 \times 3^2 + 5 = 4 \times 9 + 5 = 36 + 5 = 41 \neq 42$
 Donc 3 n'est pas un antécédent de 42 par f .

Questions flash :



- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)
- 6)
- 7)
- 8)
- 9)
- 10)



Exercice corrigé : Considérons le tableau de valeurs d'une fonction f

x	-1	1	2	-6	12
$f(x)$	2	-6	4	2	-1

- 1) Quelle est l'image de 2 par f ?
- 2) 2 a-t-il un ou des antécédents par f ?

Correction

- 1) Comme je cherche l'image de 2, je recherche 2 sur la ligne des « x » et je lis son image
- 2) « $f(x)$ »

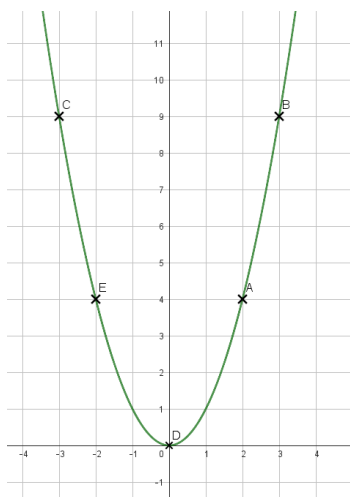
x	-1	1	2	-6	12
$f(x)$	2	-6	4	2	-1

$f(2) = 4$
 L'image de 2 par f est 4.

- 3) Je cherche 2 sur la ligne des images et je lis les antécédents de ces nombres :

x	-1	1	2	-6	12
$f(x)$	2	-6	4	2	-1

$f(-1) = 2$
 $f(-6) = 2$



Représentation graphique d'une fonction

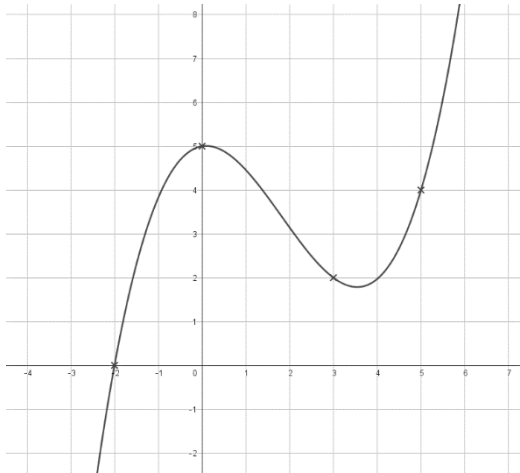
Définition

La **représentation graphique** d'une fonction f dans un repère, est la courbe constituée de l'ensemble des points de coordonnées $(x ; f(x))$.

Ci-contre on a représenté graphiquement la fonction $f : x \mapsto x^2$ à partir du tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	0	2	3
$f(x)$	9	4	0	4	9

Déterminer graphiquement l'image d'un nombre par une fonction



Exemple :

Quelle est l'image de 5 par la fonction représentée graphiquement ci-contre ?

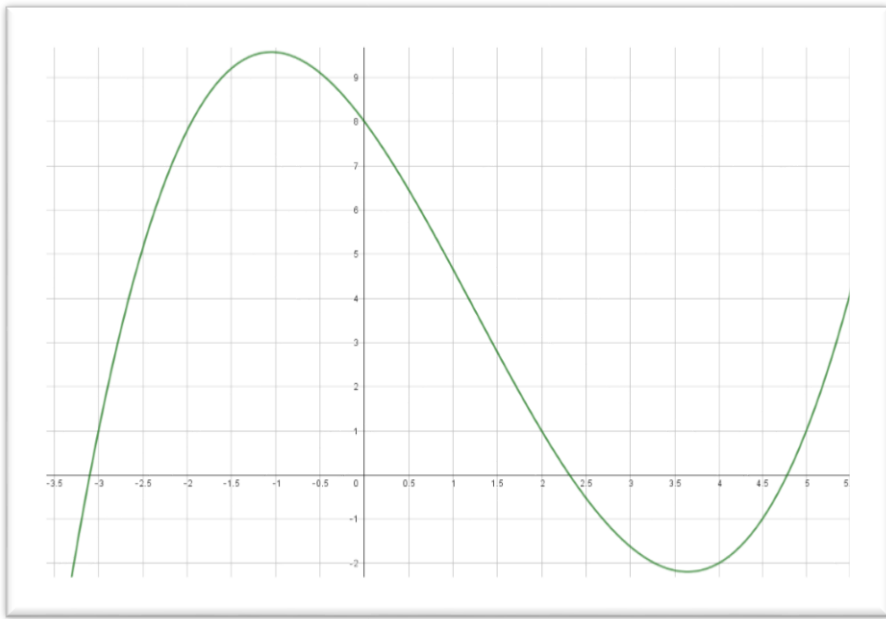
Quelle est l'image de 3 par f ?

Quelle est l'image de 0 par f ?

Méthode détaillée sur la correction de la première question :

	<p>Je repère 5 sur l'axe des abscisses et je cherche le point de la courbe d'abscisse 5.</p>
	<p>Je lis l'ordonnée de ce point, c'est l'image de 5 par f : elle est égale à 4.</p> <p style="text-align: right;">$f(5) = 4$</p>

De même, on trouve que : $f(3) = 2$ et $f(0) = 5$

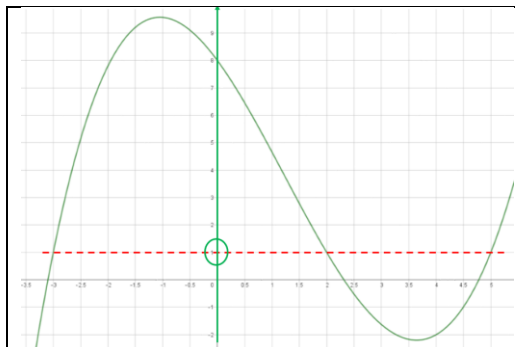


Déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre par une fonction

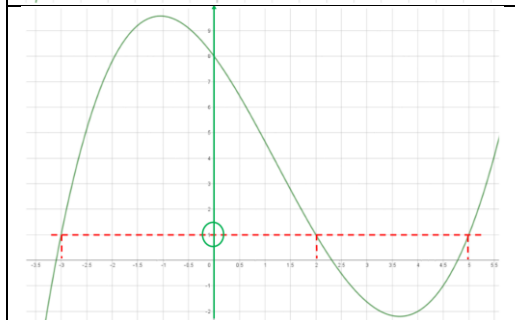
Exemple :

On a représenté graphiquement la fonction g dans un repère.

1 a-t-il des antécédents par g ?



On cherche le ou les points de la courbe ayant pour ordonnée 1. Il se peut qu'il n'y en ait aucun.



On lit les abscisses de ces points : ce sont les antécédents de 1 par g : -3, 2 et 5.

$$g(-3) = 1$$

$$g(2) = 1$$

$$g(5) = 1$$

Questions flash :



- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)



- 6)
- 7)
- 8)
- 9)
- 10)

Trois exercices corrigés à chercher dans ton cahier d'exercices :



Exercice 1 : Voici la représentation graphique d'une fonction f dans un repère :

- 1) Quelle est l'image de -2 par f ? Quelle est l'image de 1 par f ?
- 2) Quel(s) sont le(s) antécédent(s) de -2 par f ?
- 3) Quel(s) sont le(s) antécédent(s) de 6 par f ?

Exercice 2 : Voici la représentation graphique d'une fonction g dans un repère :

- 1) Quelle est l'image de 0 par g ?
- 2) Quelle est l'image de 4 par g ?
- 3) Quel(s) sont le(s) antécédent(s) de 1 par g ?

Exercice 3 : h est la fonction définie par l'expression algébrique suivante : $h(x) = 4x^2 - 2x + 3$

- 1) Quelle est l'image de 5 par h ?
- 2) Quelle est l'image de (-2) par h ?
- 3) (-1) est-il un antécédent de 5 par h ?

Exercice 4 : Voici un tableau de valeurs de la fonction k

x	-6	-3	2	3	4
$k(x)$	-2	0	4	2	-1

- 1) Quelle est l'image de -1 par k ?
- 2) 2 a-t-il un antécédent par k ?

