



Pourcentages

Définition : si a est un entier naturel, $a\%$ est égal à $\frac{a}{100}$.

Un pourcentage est une façon d'exprimer une proportion par rapport à 100.

Exemples :

- $20\% = \frac{20}{100} = 0,2$
- $75\% = \frac{75}{100} = 0,75$
- $105\% = \frac{105}{100} = 1,05$

Exemples :

- $0,2 = 0,2 \times 100 \% = 20\%$
- $0,75 = 0,75 \times 100 \% = 75\%$
- $1,05 = 1,05 \times 100 \% = 105\%$

Remarque : Un nombre supérieur à 1 s'écrit sous la forme d'un pourcentage supérieur à 100%.

Automatismes



Comprendre un pourcentage

- Si un yaourt contient 15% de matière grasse, cela signifie que, pour 100g de yaourt, il y a 15g de matière grasse
- Si un aliment contient 42 % de glucides. Cela signifie que dans 100 g de cet aliment, il y a 42 g de glucides.

Calculer un pourcentage

Exemple 1 : Dans un sac, il y a 2 boules blanches et 8 boules noires, soit 10 boules en tout.

Quelle est la proportion de boules blanches ?

Correction : La proportion de boules blanches : $\frac{2}{10} = 0,2 = 20 \%$

Remarque : Une proportion est toujours inférieure ou égale à 1, donc une proportion exprimée en pourcentage est toujours inférieure ou égale à 100 %.

Questions flash :



Exemple 2 : Dans un collège, il y a 264 filles sur un total de 550 élèves.

Calcule la proportion de filles dans ce collège en pourcentage.

La proportion de filles est : $\frac{264}{550} = 264 : 550 = 0,48 = 48\%$.

Le pourcentage de filles est de 48%.

Exemple 3 : Dans le bus, 26 élèves disent pratiquer régulièrement un sport. Quelle proportion cela représente-t-il ?

Le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

Nombre d'élèves qui pratiquent régulièrement un sport	26	?
Nombre total d'élèves	50	100

On utilise le produit en croix : $\frac{26 \times 100}{50} = 52$

Cela représente 52% des élèves.

Exercices corrigés :



Appliquer un pourcentage

Appliquer un pourcentage à un nombre, c'est le multiplier par ce pourcentage :

$$a \% \text{ d'un nombre } c : \quad \frac{a}{100} \times c = a \times \frac{c}{100} = \frac{a \times c}{100}$$

Cela revient donc à **multiplier un nombre par une fraction**, ce que l'on a déjà étudié.

Exemple : Un t-shirt coûte 40 €. Il est soldé à 15%. Quel est le montant de la réduction ?

Solution :

$$40 \times \frac{15}{100} = 40 \times 0,15 = 6$$

La réduction est de 6 €.

Exercices corrigés :



Coefficient multiplicateur



Dans cette partie, on s'intéresse à une augmentation ou une réduction d'un pourcentage donné. On va chercher si on peut multiplier directement l'ancienne valeur par un nombre pour trouver la nouvelle : c'est ce nombre qu'on appelle **coefficient multiplicateur**.

Énoncé 1 Le prix d'un livre était de **80 €**. Il augmente de **15 %**.
Calculer le **nouveau prix**.

Correction

Augmenter de **15 %**, c'est ajouter **15 pour 100** au prix initial.

Le nouveau prix est donc :

$$80 + 0,15 \times 80 = 1 \times 80 + 0,15 \times 80 = (1 + 0,15) \times 80 = 1,15 \times 80 = 92$$

Le nouveau prix du livre est **92 €**.

Augmenter un nombre de 15%, c'est le multiplier par 1,15.

Énoncé 2 Un article coûte **120 €**. Il est soldé avec une **réduction de 25 %**.
Calculer le **prix après réduction**.

Correction

Réduire de **25 %**, c'est enlever **25 pour 100** du prix initial.

Le nouveau prix est donc :

$$120 - 0,25 \times 120 = 1 \times 120 - 0,25 \times 120 = (1 - 0,25) \times 120 = 0,75 \times 120 = 90$$

Le prix après réduction est **90 €**.

Réduire un nombre de 25%, c'est le multiplier par 0,75.

Augmenter un nombre de t % : c'est le multiplier par $1 + \frac{t}{100}$

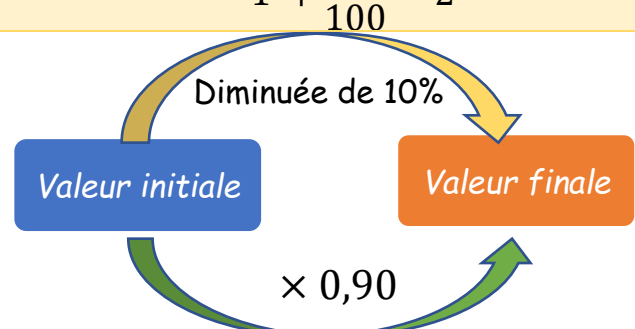
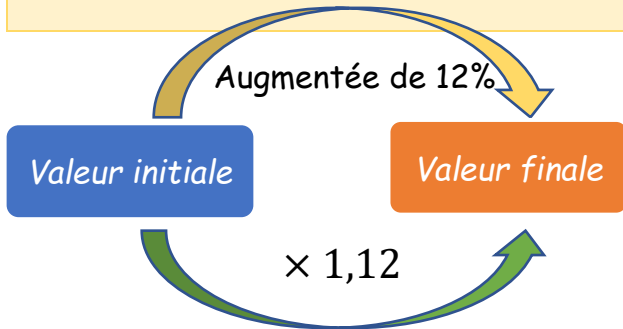
Diminuer un nombre de t % : c'est le multiplier par $1 - \frac{t}{100}$

$1 + \frac{t}{100}$ et $1 - \frac{t}{100}$ sont appelés coefficients multiplicateurs.

Si le coefficient multiplicateur est supérieur à 1, l'évolution est une hausse.

Si le coefficient multiplicateur est inférieur à 1, l'évolution est une baisse.

Phrase	Coefficient multiplicateur
Augmenter de 5%	$1 + \frac{5}{100} = 1,05$
Diminuer de 7%	$1 - \frac{7}{100} = 0,93$
Augmenter de 132%	$1 + \frac{132}{100} = 2,32$
Diminuer de 16%	$1 - \frac{16}{100} = 0,84$
Augmenter de 100%	$1 + \frac{100}{100} = 2$



Questions flash :



Exercice corrigé : Après une **augmentation de 24 %**, le prix du ticket de cantine *Catégorie 3* est de **4,34 €**. On cherche le **prix avant augmentation**.

Correction

Une augmentation de 24 % correspond à un coefficient multiplicateur de : 1,24.
 Le prix après augmentation est donc égal au prix avant augmentation multiplié par 1,24.
 Pour retrouver le prix avant augmentation, on divise le nouveau prix par 1,24 :

$$4,34 : 1,24 = 3,5$$

Le prix du ticket de cantine « Catégorie 3 » avant augmentation était de 3,50 €

Taux d'évolution

Le taux d'évolution permet de mesurer l'évolution d'une quantité par rapport à sa valeur de départ.

Exemple 1 : Un article coûte 40 € puis passe à 50 €. On constate que le prix a augmenté de 10 €.

On dira que le taux d'évolution est : $\frac{10}{40} = 25\%$

C'est une hausse de 25%.

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction des textes et des images, même partielle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.

Remarque : le coefficient multiplicateur est égal dans ce cas à 1,25.

Exemple 2 : Une population passe de 12 000 habitants à 10 500 habitants.

On constate que la population a diminué de 1 500 habitants.

On dira que le taux d'évolution est : $\frac{-1500}{12\,000} = -0,125$

Le taux d'évolution est $-12,5\%$.

Formule du taux d'évolution :

$$\text{taux d'évolution} = \frac{\text{valeur finale} - \text{valeur de départ}}{\text{valeur de départ}}$$

Remarques :

- Le taux d'évolution est exprimé en pourcentage et c'est un nombre relatif.
- Si le taux est positif, il s'agit d'une augmentation.
- Si le taux est négatif, il s'agit d'une diminution.

Phrase	Coefficient multiplicateur	Taux d'évolution
Augmenter de 5%	$1 + \frac{5}{100} = 1,05$	+5%
Diminuer de 7%	$1 - \frac{7}{100} = 0,93$	-7%
Augmenter de 132%	$1 + \frac{132}{100} = 2,32$	+132%
Diminuer de 16%	$1 - \frac{16}{100} = 0,84$	-16%
Augmenter de 100%	$1 + \frac{100}{100} = 2$	+100%

Exercice corrigé : Un taux d'évolution est de $-0,08$. Interpréter ce résultat.

Correction

$$-0,08 = -8\%$$

Il s'agit d'une diminution de 8 %.

Exercice corrigé : Un prix augmente de 20 %.

De quel pourcentage doit-il diminuer pour revenir au prix initial ?

Correction Pour comprendre cet exercice un peu plus compliqué, appliquons-le sur un exemple simple : un article vaut au départ 100€.

On l'augmente de 20% donc son nouveau prix est 120€.

On veut trouver le taux d'évolution pour passer de 120€ à 100€ :

$$\frac{100 - 120}{120} \approx -0,167$$

Taux correspondant :

Il faut diminuer d'environ 16,7 %

Évolutions successives

Lorsqu'une quantité subit **plusieurs évolutions successives**, on multiplie les **coefficients multiplicateurs**.

Exemple : Si un article subit successivement une hausse de 10% puis une baisse de 5%, quelle est la variation globale du prix ?

- augmentation de 10 % : coefficient multiplicateur 1,10

- diminution de 5 % : coefficient multiplicateur 0,95

Coefficient total : $1,10 \times 0,95 = 1,045$

La variation globale est une augmentation (coefficient supérieur à 1) et le taux est de 4,5 %.

Exercice corrigé : Un prix augmente de 10 %, puis diminue de 10 %.

Le prix final est-il égal au prix initial ?

Correction

Calculons le coefficient multiplicateur : $1,10 \times 0,90 = 0,99$

Le prix final vaut **99 % du prix initial**

On a donc une baisse globale de 1 % : ce n'est **pas** compensé.