Probabilités ($3^{ème}$) 1/2

Rappels de $5^{ème}$ et $4^{ème}$

Définition : Une **expérience aléatoire** est une expérience **due au hasard**. Elle a **trois caractéristiques** :

- On connaît les résultats possibles
- On ne sait pas lequel va se produire
- On peut répéter cette expérience dans les mêmes conditions autant de fois que l'on veut.

Les résultats de l'expérience aléatoire s'appellent : **les issues**.

Exemple 1 on lance un dé à 6 faces et on observe le nombre sur la face du dessus.

Les issues sont : ……………………………………………….

Exemple 2 : on lance une pièce et on observe la face du dessus.

Les issues sont : ………………………………………………….

Définition : Un **évènement** est une condition qui peut être, ou ne peut pas être, réalisée lors d'une expérience.
S'il est réalisé, il **peut être réalisé par une ou plusieurs issues** de l'expérience.

Exemple 1 voici quelques évènements
A : 'obtenir 6' ; B : 'obtenir un nombre pair' ;
C : 'obtenir un nombre entre 1 et 6' ; D : 'obtenir 7'

Exemple 2 voici quelques évènements
A : 'obtenir pile' B : 'obtenir face' C : 'obtenir pile et face' D : 'obtenir pile ou face'

Définition : Un événement **réalisé par une seule issue** est un **évènement élémentaire**.

Définition : Un **évènement impossible** est un évènement qui ne peut pas se produire.

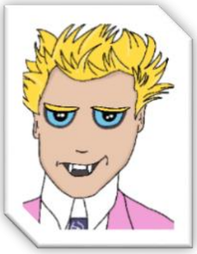
Définition : Un **évènement certain** est un évènement qui se produit nécessairement.

Définition : **L'événement contraire** d'un événement A, noté $\overline{A}$, est celui qui se réalise lorsque A n'a pas lieu : c'est **l'ensemble de toutes les issues qui ne réalisent pas A.**

Exemple 1 cherchons les événements contraires

Evénement	Evénement contraire
A : 'obtenir 6'	$\overline{A}$: 'ne pas obtenir 6' : 'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5'
B : 'obtenir un nombre pair'	$\overline{B}$: 'obtenir un nombre qui n'est pas pair' $\overline{B}$: 'obtenir un nombre impair' : 'obtenir 1, 3 ou 5'

On remarque que C est un événement certain et $\overline{C}$ est un événement impossible.
D est un événement impossible, $\overline{D}$ est un événement certain.



Définition : **Deux événements** sont **incompatibles** s'ils **ne peuvent pas avoir lieu en même temps.**

Exemple 1 Voici quelques événements incompatibles

- 'obtenir 6' et 'obtenir un nombre impair'
- 'obtenir un nombre pair' et 'obtenir 1'
- 'obtenir un nombre entre 1 et 6' et 'obtenir un nombre plus grand que 6 strictement'

Remarque : **Deux événements contraires** sont **incompatibles.**

Questions flash : événement élémentaire, certain, impossible ?

https://www.youtube.com/watch?v=zqPfzxyjRO8&ab_channel=MathsetJeux

1)	6) ....
2)	7) ....
3)	8) ....
4)	9) ....
5)	10) ....

Questions flash : événements contraires

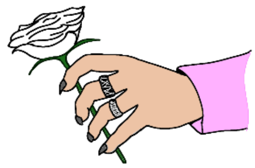
1)	6) ....
2)	7) ....
3)	8) ....
4)	9) ....
5)	10) ....

https://www.youtube.com/watch?v=Av_kdH5ubfI&ab_channel=MathsetJeux

On peut se demander quelles sont les chances qu'un événement se réalise : pour cela, on va effectuer un calcul de probabilité.
La **probabilité** d'un événement correspond à la **proportion de chance que cet événement se réalise.**

Dans *la suite de ce cours*, on considère que **toutes les issues de l'expérience ont la même chance de se produire** (le dé n'est pas pipé, de même pour la pièce, les balles sont toutes identiques, etc.). On dira qu'on est dans un cas d'**équiprobabilité**.

Définition : La **probabilité d'un événement A,** noté p(A), se calcule de la façon suivante :



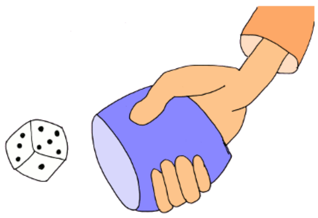
$$p(A) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles}$$

On peut l'exprimer sous la forme d'une **fraction**, d'un **nombre décimal** ou d'un **pourcentage**.

Exemple 1 Calculons en détail, les probabilités des événements de l'exemple 1
A : 'obtenir 6' ; B : 'obtenir un nombre pair' ; C : 'obtenir un nombre entre 1 et 6' ; D : 'obtenir 7'

- Commençons par décrire puis compter les issues de l'expérience : '1', '2', '3', '4', '5', '6'

⇨ Il y a 6 issues possibles.



- Probabilité de l'événement A :

Combien d'issues permettent de réaliser 'obtenir un 6' ? une seule, tomber sur la face 6.

$$p(A) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles} = \frac{1}{6}$$

⇨ La probabilité de l'événement A est $\frac{1}{6}$.

- Probabilité de l'événement B :

Combien d'issues permettent de réaliser 'obtenir un nombre pair' ? '2', '4', '6'. Il y en a 3.

$$p(B) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

⇨ La probabilité de l'événement B est $\frac{1}{2}$ ou 0,5 ou 50%.

- Probabilité de l'événement C :

Toutes les issues réalisent l'événement C : c'est un événement certain.

$$p(C) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles} = \frac{6}{6} = 1$$

⇨ La probabilité de l'événement C est 1.

- Probabilité de l'événement D :

Il n'y a aucune issue qui réalise l'événement D : c'est un événement impossible.

$$p(D) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles} = \frac{0}{6} = 0$$

⇨ La probabilité de l'événement D est 0.

Remarque : La probabilité d'un événement est **la somme des probabilités des issues qui réalisent.**

Exemple : On met dans un sac opaque des jetons indiscernables au toucher. Chacun d'eux porte une lettre du mot ANANAS. On tire un jeton au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir une consonne ?

Propriété : La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.

Application : Dans un jeu de scrable, la probabilité de tirer une voyelle est $\frac{45}{102}$, la probabilité de tirer une consonne est $\frac{55}{102}$. Quelle est la probabilité de tirer un joker ?

Propriété : La **probabilité d'un événement** est un nombre compris entre 0 et 1.

Propriété : La **probabilité d'un événement certain** est égale à **1**.

Propriété : La **probabilité d'un événement impossible** est égale à **0**.

Calculons maintenant les probabilités de ces événements contraires :

Evénement	Evénement contraire
A : 'obtenir 6' $p(A) : \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles} = \frac{1}{6}$	$\bar{A}$: 'obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5' $P(\bar{A}) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables}{nombre\ d'issues\ possibles} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

Propriété : Si A est un événement, la probabilité de l'événement contraire $\bar{A}$ est donnée par la formule suivante :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

Exercice corrigé en vidéo

Un jeu de 32 cartes à jouer est constitué de quatre « familles » : trèfle et pique (de couleur noire) ; carreau et cœur (de couleur rouge).
Dans chaque famille, on trouve trois « figures » : valet, dame, roi.
On tire une carte au hasard dans ce jeu de 32 cartes.
Quelle est la probabilité des événements suivants :
1. D : « La carte tirée est une dame ».
2. R : « La carte tirée est une figure rouge ».
3. N : « La carte tirée n'est pas une figure rouge ».

Questions flash : calcul de probabilités

https://www.youtube.com/watch?v=Nr6knTaev9Y&ab_channel=MathsetJeux

1) …………	6) …………
2) …………	7) …………
3) …………	8) …………
4) …………	9) …………
5) …………	10) …………

Situation de non équiprobabilité Lorsque les issues d'une expérience aléatoire ne sont pas équiprobables, on peut parfois se ramener à une situation d'équiprobabilité pour calculer leur probabilité.

Exemple : Un sac contient 3 boules rouges et 5 boules jaunes. Les boules sont indiscernables au toucher. On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur.

Les issues de cette expérience sont rouge ; jaune. Elles ne sont pas équiprobables car il n'y a pas autant de boules rouges que de boules jaunes.

Par contre les boules sont indiscernables au toucher, donc elles ont toutes la même probabilité d'être tirée. On se place dans cette situation d'équiprobabilité pour calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge.

Utilisation de tableau pour dénombrer

Un pâtissier confectionne un assortiment de 180 gâteaux composé d'éclairs au chocolat, d'éclairs au café, de religieuses au chocolat et de religieuses au café.
Les deux tiers de ces pâtisseries sont des éclairs.
On sait également qu'il y a 100 gâteaux au chocolat parmi lesquels un quart sont des religieuses.
On choisit un gâteau au hasard, quelle est la probabilité que ce soit un éclair au chocolat ?

	Chocolat	Café	Total
Eclairs			
Religieuses			
Total			

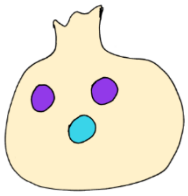
Expérience à deux épreuves

Expérience 1 : on lance deux fois de suite une pièce de monnaie et on observe la face du dessus. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une fois pile ?

	Pile	Face
Pile		
Face		

Expérience 2 : On tire, deux fois de suite et avec remise, une boule dans une urne contenant une boule bleue et deux boules violettes. Détermine la probabilité de tirer successivement deux boules violettes.

	Bleu	Violette	Violette
Bleu			
Violette			
Violette			



Exercice (corrigé en vidéo) Le jeu suivant se joue à 2 joueurs avec deux dés à six faces non truqués :

« Un joueur annonce un nombre entier compris entre 2 et 12. Si la somme des dés est égale au nombre annoncé, il gagne. Sinon, il perd. »

Peut-on trouver une stratégie pour gagner le plus souvent possible à ce jeu ?