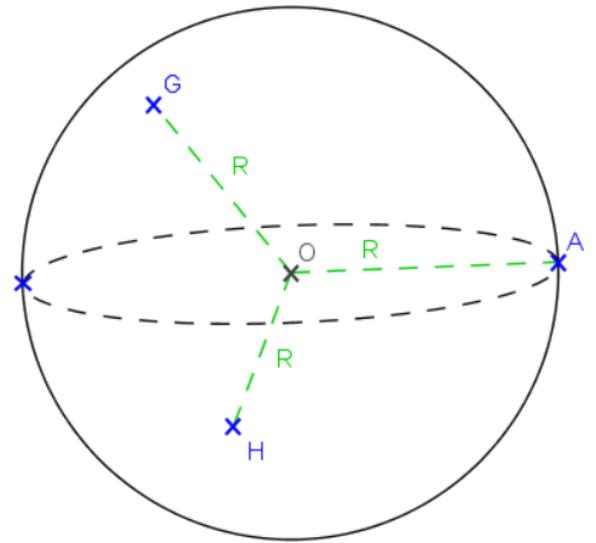
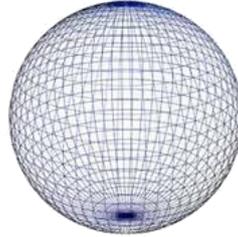


# Sphère et boule



**Définition :** Soit  $O$  un point de l'espace et  $R$  une longueur. La **sphère** de centre  $O$  et de rayon  $R$  est constituée de tous les points  $M$  de l'espace tels que  $OM = R$ .

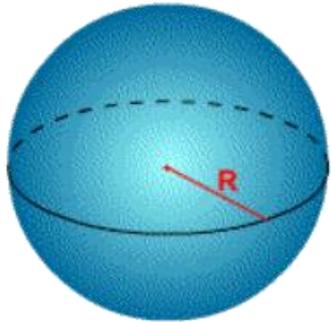


Le segment  $[OA]$  est un **rayon** de la sphère.

Le cercle de centre  $O$  et de rayon  $OA$  est un **grand cercle** de la sphère.

Pour savoir si un point est sur la sphère :

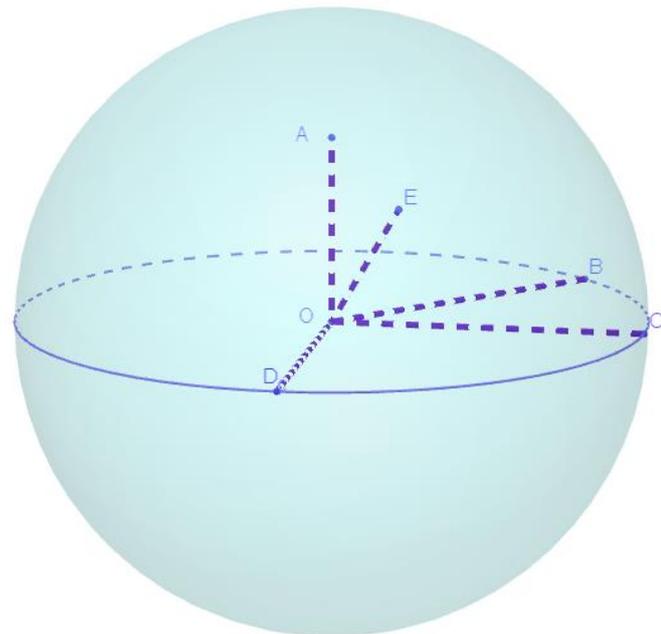
- soit on le représente sur un grand cercle
- soit on code le rayon



**Définition :** Soit  $O$  un point de l'espace et  $R$  une longueur. La **boule** de centre  $O$  et de rayon  $R$  est constituée de tous les points  $M$  de l'espace tels que  $OM \leq R$ .

Les points  $D$ ,  $C$  et  $B$  appartiennent à la sphère de centre  $O$  et de rayon  $OB$  : ils sont représentés sur un grand cercle.

Les points  $A$  et  $E$  n'appartiennent pas à la sphère, mais ils appartiennent à la boule de centre  $O$  et de rayon  $OB$ .



On peut voir la sphère comme « l'enveloppe de la boule ».



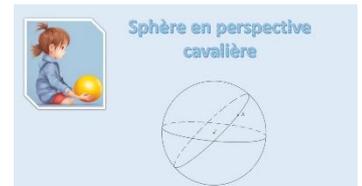
TDT :

Technique :

Savoir si un point  $A$  appartient à une sphère ou une boule de centre  $O$  et de rayon  $R$

- si la longueur  $OA$  est inférieure au rayon, alors le point appartient à la boule.
- si la longueur  $OA$  est égale au rayon, alors le point appartient à la sphère et à la boule.
- si la longueur  $OA$  est supérieure au rayon, alors le point n'appartient ni à la sphère, ni à la boule.

**Représenter une sphère en perspective cavalière** Représente une sphère de centre  $O$  et de rayon 5cm. Trace deux grands cercle et place deux points  $A$  et  $B$  sur ces grands cercles.



**Exercice corrigé :** On considère une sphère de centre  $O$  et de rayon 6 cm.

$A$ ,  $B$  et  $C$  sont trois points tels que  $OA = 5\text{cm}$ ,  $OB = 6\text{cm}$  et  $OC = 8\text{cm}$ .

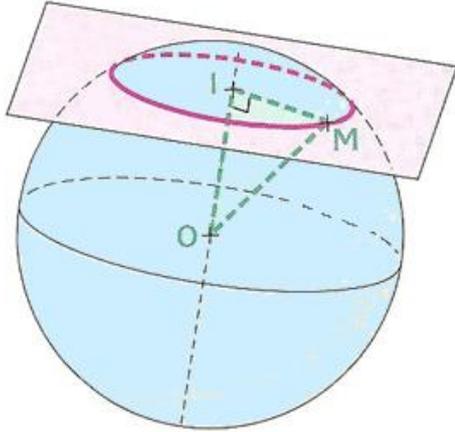
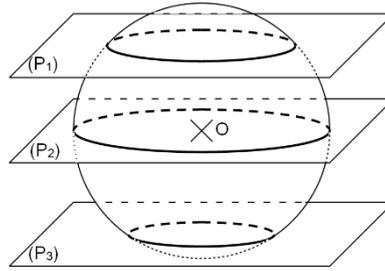
- 1) Quels sont le(s) point(s) qui appartiennent à la sphère ?
- 2) Quels sont ceux qui sont « à l'intérieur » ou « à l'extérieur » de la sphère ?
- 3) Quelle est la distance entre deux points diamétralement opposés de la sphère ?

**Correction :**

- 1) Le point  $B$  appartient à la sphère.
- 2) Le point  $A$  est à l'intérieur de la sphère car  $OA < 6\text{cm}$ .  
Le point  $C$  est à l'extérieur de la sphère car  $OC > 6\text{cm}$ .
- 3) Le rayon est 6cm.  $6 \times 2 = 12\text{cm}$ . Deux points diamétralement opposés sont distants de 12cm.

# Section de sphère

**Propriété :** La section d'une sphère par un plan est un cercle.



La figure ci-contre représente un plan qui coupe une sphère de centre  $O$  : la section est un cercle.

Le centre  $I$  de ce cercle est le point d'intersection du plan et de sa perpendiculaire passant par  $O$ .

On dit que  $OI$  est la distance de  $O$  au plan.

On peut déterminer le rayon du cercle en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle  $OIM$  rectangle en  $I$ .

## Exercice corrigé en vidéo

Une sphère de centre  $O$  et de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par un point  $M$  de la sphère.  $OI = 5$  cm.

Quelle est le rayon de la section ?



**Exemple (à faire sur le cahier)** On sectionne une sphère de centre  $O$  par un plan. Soit  $H$  le centre du cercle de section et  $A$  un point de ce cercle.

1. Représenter cette situation en perspective.
2. Sachant que  $OH = 4$  cm et  $AH = 3$  cm, calculer la valeur exacte du rayon de la sphère.

# Aire de la sphère - Volume de la boule

**Propriété :** L'aire d'une sphère de rayon  $R$  est :  $A = 4\pi R^2$

## Exemple corrigé

L'aire d'une sphère de rayon 3,9cm est :

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 \times \pi \times 3,9^2 \text{ cm}^2$$

$$A \approx 191,1 \text{ cm}^2$$



L'aire de la sphère est d'environ 191,1cm<sup>2</sup>.

**Exemple** Calculer l'aire, arrondie au dixième, d'une sphère de diamètre 7 m.

**Propriété :** Le volume d'une boule de rayon  $R$  est :  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

**Exemple corrigé** Le volume d'une boule de rayon 4,1 cm est :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4,1^3 \text{ cm}^3$$

$$V \approx 288,7 \text{ cm}^3$$



Le volume de la boule est d'environ 288,7cm<sup>3</sup>, en arrondissant le résultat au dixième.

**Exemple** Calculer le volume, arrondi à 0,1 près, d'une boule de rayon 6 m.

Classe Genially :