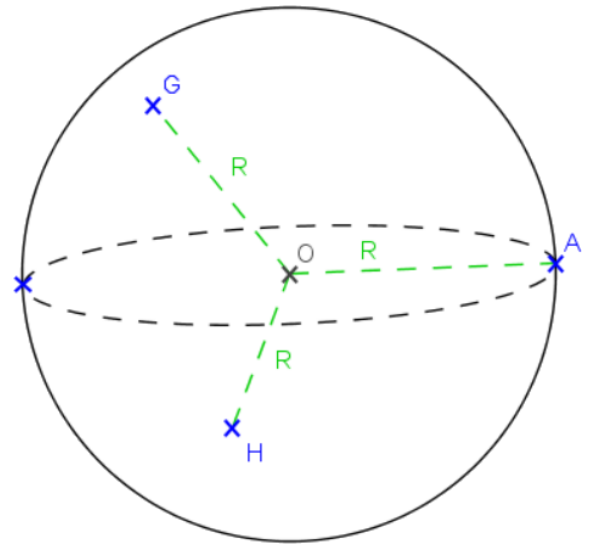
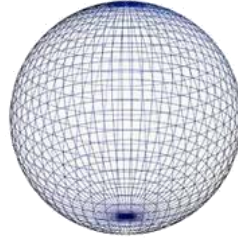


Sphère et boule



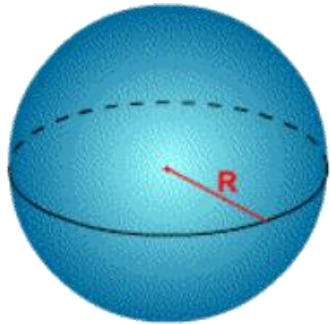
Définition : Soit O un point de l'espace et R une longueur. La **sphère** de centre O et de rayon R est constituée de tous les points M de l'espace tels que $OM = R$.



Le segment $[OA]$ est un **rayon** de la sphère.
Le cercle de centre O et de rayon OA est un **grand cercle** de la sphère.

Pour savoir si un point est sur la sphère :

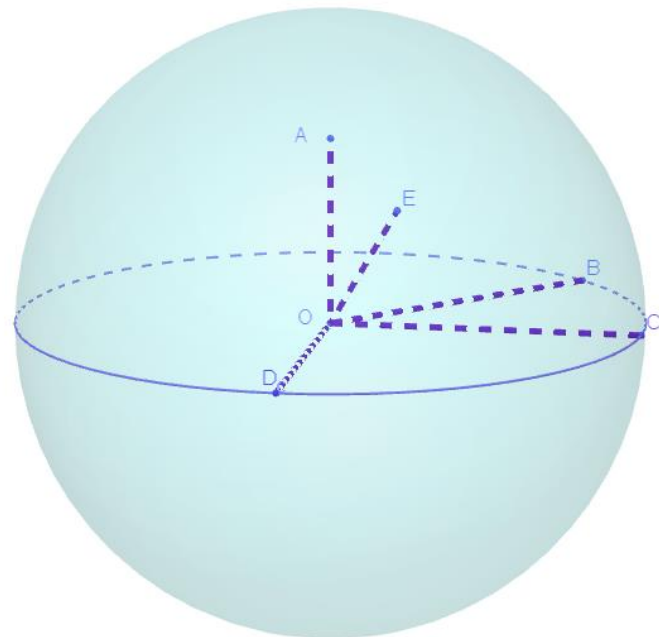
- soit on le représente sur un grand cercle
- soit on code le rayon



Définition : Soit O un point de l'espace et R une longueur. La **boule** de centre O et de rayon R est constituée de tous les points M de l'espace tels que $OM \leq R$.

Les points D , C et B appartiennent à la sphère de centre O et de rayon OB : ils sont représentés sur un grand cercle.

Les points A et E n'appartiennent pas à la sphère, mais ils appartiennent à la boule de centre O et de rayon OB .



On peut voir la sphère comme « l'enveloppe de la boule ».



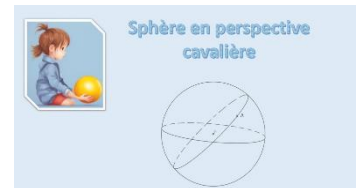
TDT :

Technique :

Savoir si un point A appartient à une sphère ou une boule de centre O et de rayon R

- si la longueur OA est inférieure au rayon, alors le point appartient à la boule.
- si la longueur OA est égale au rayon, alors le point appartient à la sphère et à la boule.
- si la longueur OA est supérieure au rayon, alors le point n'appartient ni à la sphère, ni à la boule.

Représenter une sphère en perspective cavalière Représente une sphère de centre O et de rayon 5cm. Trace deux grands cercle et place deux points A et B sur ces grands cercles.



Exercice corrigé : On considère une sphère de centre O et de rayon 6 cm.

A , B et C sont trois points tels que $OA = 5\text{cm}$, $OB = 6\text{cm}$ et $OC = 8\text{cm}$.

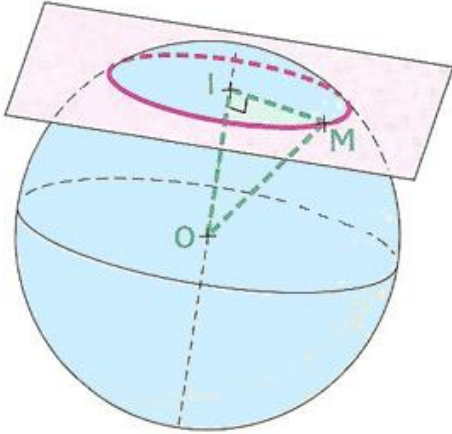
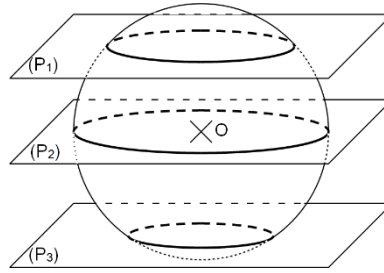
- 1) Quels sont le(s) point(s) qui appartiennent à la sphère ?
- 2) Quels sont ceux qui sont « à l'intérieur » ou « à l'extérieur » de la sphère ?
- 3) Quelle est la distance entre deux points diamétralement opposés de la sphère ?

Correction :

- 1) Le point B appartient à la sphère.
- 2) Le point A est à l'intérieur de la sphère car $OA < 6\text{cm}$.
Le point C est à l'extérieur de la sphère car $OC > 6\text{cm}$.
- 3) Le rayon est 6cm. $6 \times 2 = 12\text{cm}$. Deux points diamétralement opposés sont distants de 12cm.

Section de sphère

Propriété : La section d'une sphère par un plan est un cercle.



La figure ci-contre représente un plan qui coupe une sphère de centre O : la section est un cercle.

Le centre I de ce cercle est le point d'intersection du plan et de sa perpendiculaire passant par O .

On dit que OI est la distance de O au plan.

On peut déterminer le rayon du cercle en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle OIM rectangle en I .

Exercice corrigé en vidéo

Une sphère de centre O et de rayon 8 cm, est coupée par un plan qui passe par un point M de la sphère. $OI = 5$ cm.

Quelle est le rayon de la section ?



Exemple (à faire sur le cahier) On sectionne une sphère de centre O par un plan. Soit H le centre du cercle de section et A un point de ce cercle.

1. Représenter cette situation en perspective.
2. Sachant que $OH = 4$ cm et $AH = 3$ cm, calculer la valeur exacte du rayon de la sphère.

Aire de la sphère - Volume de la boule

Propriété : L'aire d'une sphère de rayon R est : $A = 4\pi R^2$

Exemple corrigé

L'aire d'une sphère de rayon 3,9cm est :

$$A = 4\pi R^2$$

$$A = 4 \times \pi \times 3,9^2 \text{ cm}^2$$

$$A \approx 191,1 \text{ cm}^2$$



L'aire de la sphère est d'environ 191,1cm².

Exemple Calculer l'aire, arrondie au dixième, d'une sphère de diamètre 7 m.

Propriété : Le volume d'une boule de rayon R est : $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Exemple corrigé Le volume d'une boule de rayon 4,1 cm est :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4,1^3 \text{ cm}^3$$

$$V \approx 288,7 \text{ cm}^3$$



Le volume de la boule est d'environ 288,7cm³, en arrondissant le résultat au dixième.

Exemple Calculer le volume, arrondi à 0,1 près, d'une boule de rayon 6 m.

Classe Genially :