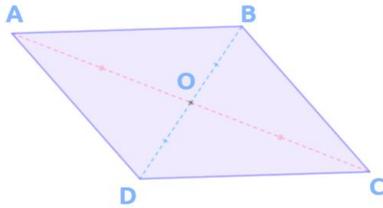




AP 5^{ème} : Les parallélogrammes



Définition : un parallélogramme est un quadrilatère possédant un centre de symétrie.

Ce centre de symétrie est le point d'intersection des diagonales.

Cette définition peut donc s'énoncer de la façon suivante :

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.

Propriétés

Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :

- ses côtés opposés sont parallèles
- ses côtés opposés sont de même longueur
- ses angles opposés sont de même mesure

Si un quadrilatère :

- a ses côtés opposés parallèles, ou
 - a ses côtés opposés de même longueur, ou
 - a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, ou
 - a ses angles opposés de même mesure
- ... alors c'est un parallélogramme.

Ce sont des propriétés caractéristiques du parallélogramme, ce qui nous donne donc de nouvelles définitions possibles :

Définition 2 : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

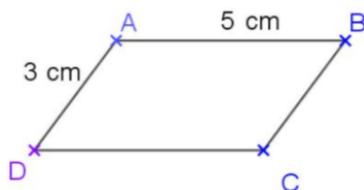
Définition 3 : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur.

Définition 4 : Un parallélogramme est un quadrilatère dont les angles opposés sont égaux.

Définition 5 : Un parallélogramme est un quadrilatère qui possède deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

Exercices

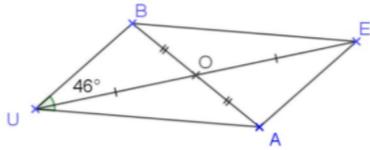
Exercice 1



ABCD est un parallélogramme.

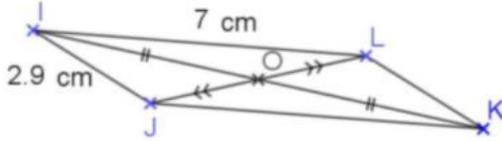
1. Quelle est la longueur de [BC] ?
2. Que peux-tu dire des droites (AB) et (DC) ?

Exercice 2 :



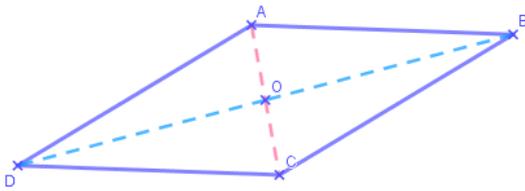
BEAU est un parallélogramme.
Quelle est la mesure de l'angle \widehat{AUB} ?

Exercice 3



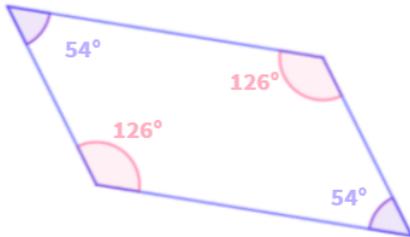
1. Prouve que IJKL est un parallélogramme.
2. Que peux-tu dire des côtés [IJ] et [LK] ?

Exercice 4



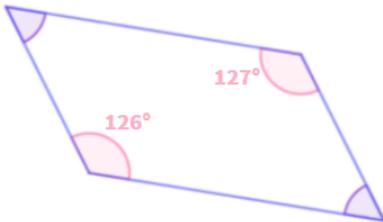
ABCD est un parallélogramme.
Que peux-tu dire de [AC] et [BD] ?

Exercice 5



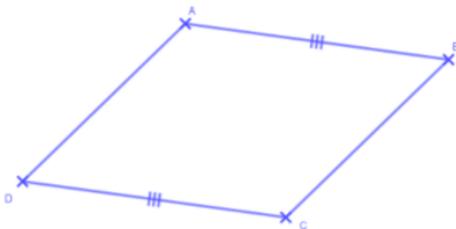
Que peux-tu dire de ce quadrilatère ?

Exercice 6



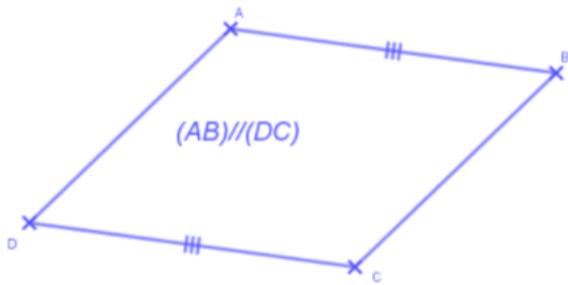
Ce quadrilatère est-il un parallélogramme ?

Exercice 7



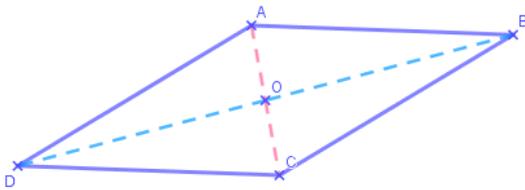
Ce quadrilatère est-il un parallélogramme ?

Exercice 8



ABCD est-il un parallélogramme ?

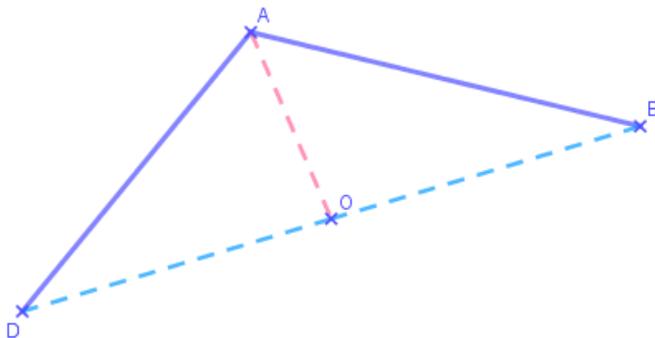
Exercice 9



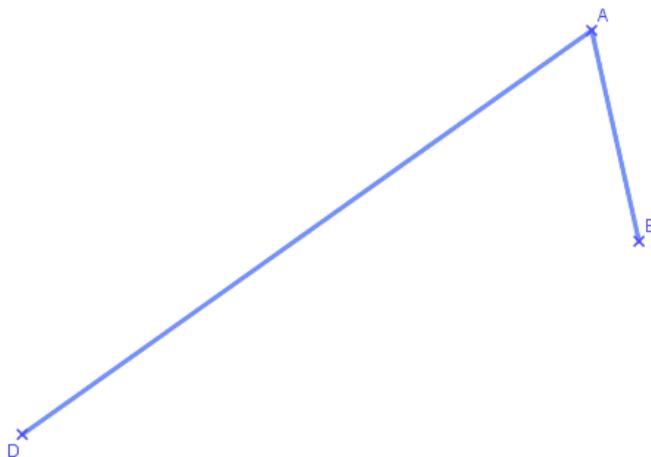
ABCD est un parallélogramme.
 $OB = 12$ cm.
 Quelle est la longueur de $[BD]$?

Exercice 10

Complète la construction de ce parallélogramme en utilisant la définition 1 :

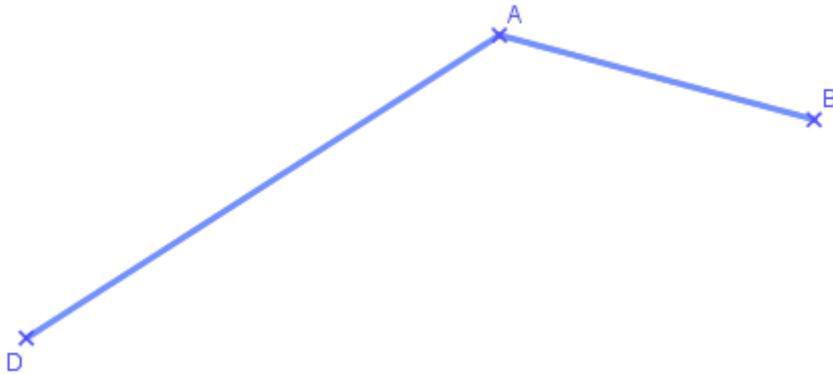


Exercice 11



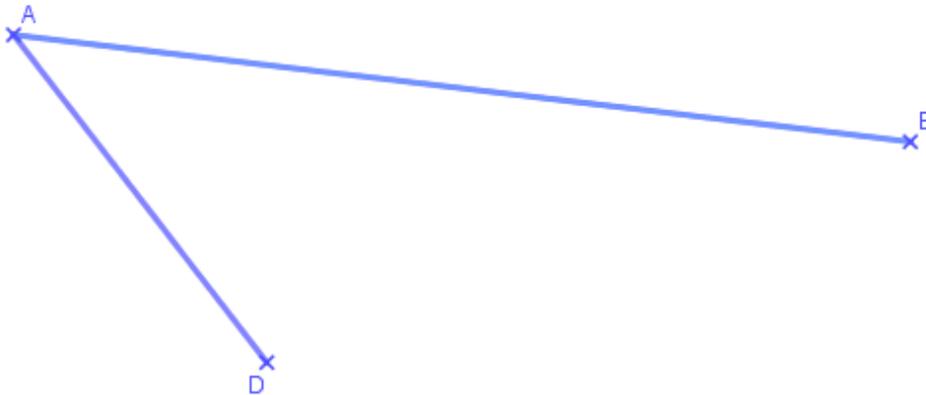
Exercice 12

Complète la construction de ce parallélogramme en utilisant la définition 3 :



Exercice 13

Complète la construction de ce parallélogramme en utilisant la définition 4 :



Corrections

Exercice 1

1. ABCD est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont de même longueur.

Donc $BC = AD = 3\text{cm}$.

2. ABCD est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles.

Donc (BC) et (AD) sont parallèles.

Exercice 2

BEAU est un parallélogramme.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés sont de même mesure.

Donc $\widehat{BEA} = \widehat{BUA} = 46^\circ$

Exercice 3

1. D'après les codages de la figure : les diagonales du quadrilatère IJKL se coupent en leur milieu.

Or un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
Donc IJKL est un parallélogramme.

2. IJKL est un parallélogramme d'après la question 1.

Or, si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

Donc [IJ] et [LK] (qui sont deux côtés opposés de IJKL) sont parallèles et de même longueur.

Exercice 4

On sait que ABCD est un parallélogramme.

Or un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.
Donc, les diagonales de ABCD, [AC] et [BD] se coupent en leur milieu.

Exercice 5

D'après les codages de la figure, je sais que ce quadrilatère a ses angles opposés de même mesure.

Or, si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure, alors c'est un parallélogramme.

Donc, ce quadrilatère est un parallélogramme.

Exercice 6

D'après les codages, ce quadrilatère possède deux angles opposés qui n'ont pas la même mesure.

Or si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.

Comme ce n'est pas le cas ici, on peut en conclure que ce quadrilatère n'est pas un parallélogramme.

Exercice 7

D'après les codages, ce quadrilatère possède deux côtés opposés de même longueur.

On n'a pas plus d'information, on ne peut pas conclure.

Exercice 8

D'après les codages, ce quadrilatère possède deux côtés opposés parallèles et de même longueur.

Or, si un quadrilatère possède deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Donc ce quadrilatère est un parallélogramme.

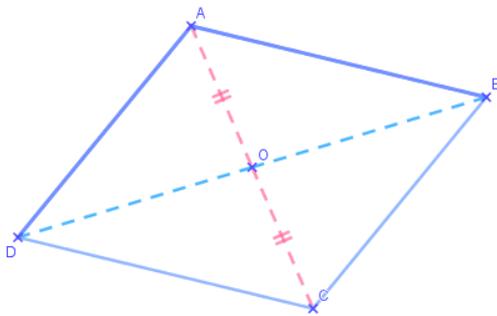
Exercice 9

ABCD est un parallélogramme.

Or, les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

O est le point d'intersection des diagonales, c'est donc le milieu de chacune d'elles.

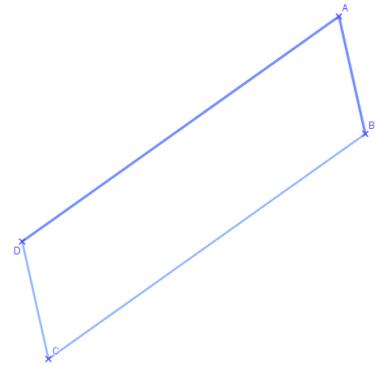
Donc $OD = OB = 12$ cm



La diagonale [BD] mesure 24cm.

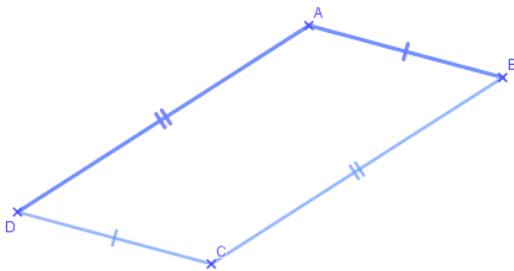
Exercice 10

On construit C comme le symétrique de A par rapport à O.



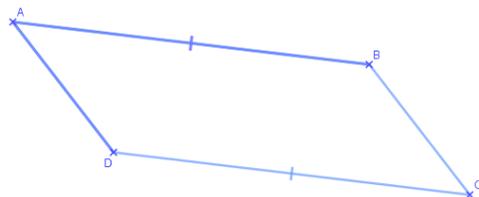
Exercice 11 :

On trace la parallèle à (AB) passant par D, puis la parallèle à (AD) passant par B. Le point C est le point d'intersection de ces deux droites.



Exercice 12 :

A l'aide du compas tu reportes la longueur AB à partir du sommet D et la longueur AD à partir du sommet B. Le point C est le point d'intersection des deux arcs de cercle.



Exercice 13 :

On trace par exemple la parallèle à (AB) passant par D et on reporte la longueur AB à partir de D sur cette droite. On peut aussi tracer la parallèle à (AD) passant par B et reporter la longueur AD à partir de B sur cette droite.