

**Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction**

Si a, b et k désignent des nombres alors

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$k(a-b) = ka - kb$$

Exemples: $A = 5(x - 3)$

$A = 5x - 5 \times 3$

$A = 5x - 15$

$B = y(3x + 6)$

$B = y \times 3x + y \times 6$

$B = 3xy + 6y$

$C = 7(100 - 2)$

$C = 7 \times 100 - 7 \times 2$

$C = 700 - 14$

$C = 686$

Remarque : Dans les calculs ci-dessus, on a d'abord utilisé la formule de distributivité pour transformer un produit en une somme : on dit qu'on a **développé** l'expression.

On peut aussi utiliser la formule de distributivité pour transformer une somme ou différence en un produit. On dit qu'on **factorise** l'expression.

Pour cela, il faut reconnaître dans un premier temps **le facteur commun** :

Exemples:

$A = 6y - 6 \times 2$

$A = \textcircled{6}y - \textcircled{6} \times 2$

$A = 6(y-2)$

$B = 3x^2 + 5x$

$B = \textcircled{3}x \times x + 5 \times \textcircled{x}$

$B = x(3x+5)$

$C = 3a - 12$

$C = \textcircled{3}a - \textcircled{3} \times 4$

$C = 3(a - 4)$

$D = 6(2a-1) + 3(2a-1)$

$D = 6 \times \textcircled{(2a-1)} + 3 \times \textcircled{(2a-1)}$

$D = (2a-1)(6+3)$

$D = 9(2a-1)$

Exemple: Lorsque le facteur commun est une variable

$A = 12 \times x - 2 \times x$

on entoure le facteur commun

$A = x(12-2)$

on utilise la formule de distributivité

$A = 10x$

on calcule les termes dans la parenthèse, si c'est possible

Dans l'exemple précédent, on dit qu'on a **réduit l'expression**.

**Erreur fréquente des élèves**

On est tellement habitué à réduire des sommes qu'on ne réfléchit plus à la règle que l'on utilise et si on va trop vite, on peut écrire :

$12 - 7a = 5a$

Rien ne justifie cette opération car on ne retrouve pas de facteur commun. L'élève pense que l'expression est $12a-7a$, ce qui n'est pas le cas.

Pour vérifier que cette égalité est fautive, testons-la pour $a=2$

$$\begin{aligned} 12 - 7a &= 12 - 7 \times 2 \\ &= 12 - 14 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5a &= 5 \times 2 \\ &= 10 \end{aligned}$$

L'égalité $12-7a=5a$ est donc fautive pour $a=2$. En mathématiques, pour dire qu'une égalité est vraie il faut qu'elle soit vraie pour tous les nombres.

Cette égalité n'est donc pas vraie. On ne peut pas réduire $12 - 7a$.

Suppression de parenthèses :

Dans une expression contenant des parenthèses, on peut les supprimer :

- Sans rien changer si la parenthèse est précédée du signe + ;
- En changeant tous les signes des termes qui sont à l'intérieur de la parenthèse si celle-ci est précédée du signe -.

Exemples :

$$A = 5 - (a - 30)$$

$$B = (5y - 6) + (-3y + 2)$$

$$A = 5 - a + 30$$

$$B = 5y - 6 - 3y + 2$$

$$A = 35 - a$$

$$B = 2y - 4$$

Exercice 1 Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 9x(x - 10)$$

$$B = (7x + 2) \times 7x$$

$$C = 4(-5x - 3)$$

$$D = (-10x + 5) \times 4$$

$$E = (10x - 9) \times 7$$

$$F = (x - 10) \times (-x)$$

$$G = -8(-10x - 7)$$

$$H = -7 \times (-5x - 10)$$

Exercice 2 Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = -3(8b + 6)$$

$$B = 9y(7 - 8y)$$

$$C = -2(5a + b)$$

$$D = 6a(-3a - 4)$$

Exercice 3 Factorise les expressions suivantes si c'est possible :

$$A = 4x^2 + 5x$$

$$B = 13y - 18y$$

$$C = 7 - 3b^2$$

$$D = 4x^2 + 16y - 4x$$

Exercice 4 Réduis ces sommes algébriques

$$E = a + 2a + 3a$$

$$F = 5y + 2 - 4y + 5$$

$$G = 2b^2 + 11b + 3b^2 - 9b$$

Exercice 5 Réduis les expressions suivantes

$$H = 5x - 5 - 3x + 6 + 4x$$

$$I = 4y^2 + 3y - 6 - 2y^2 - y + 5$$

Exercice 6 supprime les parenthèses et puis calcule les expressions

$$J = 2 - (4 - 5)$$

$$K = (3 - 6) - (4 - 8)$$

Exercice 7 supprime les parenthèses et réduis les expressions

$$L = 50 + (12 - 5a)$$

$$M = 27 - (26 - 3b)$$

$$N = 12 + (2a - 5) - (-6 + 3a)$$

$$O = (6x - 7) - (3 - 4x)$$

$$P = -(8y^2 + 7y) + (-6 + 3y^2) + (-6y - 3)$$

Exercice 8

On considère le programme de calcul ci-contre :

Programme de calcul :

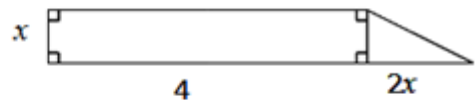
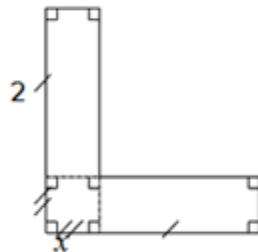
- Choisis un nombre
- Ajoute 5 à ce nombre
- Multiplie le résultat par -3
- Ajoute le triple du nombre de départ

- Exécute ce programme de calcul en choisissant comme nombre de départ 4 puis -2.
- Que remarques-tu ?
- Si l'on note x le nombre choisi au départ, écris une expression donnant le nombre obtenu. Comment expliquer la remarque faite à la question précédente ?

Exercice 9

x désigne un nombre positif.

- Calcule l'aire de chacune des figures pour $x = 3$. Que remarques-tu ?
- Les deux figures ont-elles toujours la même aire ? Justifie en exprimant ces aires en fonction de x .



AP 3^{ème} Additions/soustractions de nombres

Correction

Exercice 1

$A = 9x(x - 10)$	$B = (7x + 2) \times 7x$	$C = 4(-5x - 3)$	$D = (-10x + 5) \times 4$
$A = 9x \times x - 9x \times 10$	$B = 7x \times 7x + 2 \times 7x$	$C = 4 \times (-5x) - 4 \times 3$	$D = (-10x) \times 4 + 5 \times 4$
$A = 9x^2 - 90x$			$D = -40x + 20$

	$B = 49x^2 + 14x$	$C = -20x - 12$	
$E = (10x-9) \times 7$ $E = 10x \times 7 - 9 \times 7$ $E = 70x - 63$	$F = (x-10)x(-x)$ $F = x \times (-x) - 10x(-x)$ $F = -x^2 + 10x$	$G = -8(-10x-7)$ $G = -8 \times (-10x) - (-8) \times 7$ $G = 80x + 56$	$H = -7 \times (-5x - 10)$ $H = -7 \times (-5x) - (-7) \times 10$ $H = 35x + 70$

Exercice 2 Développe et réduis les expressions suivantes :

$A = -3(8b + 6)$ $A = -3 \times 8b - 3 \times 6$ $A = -24b - 18$	$B = 9y(7 - 8y)$ $B = 9yx \ 7 - 9yx8y$ $B = 63y - 72y^2$	$C = -2(5a + b)$ $C = -2 \times 5a - 2 \times b$ $C = -10a - 2b$	$D = 6a(-3a - 4)$ $D = 6ax(-3a) - 6ax4$ $D = -18a^2 - 24a$
--	--	--	--

Exercice 3 Factorise les expressions suivantes si c'est possible :

$A = 4x^2 + 5x$ $A = 4x \times x + 5x$ $A = x(4x + 5)$	$B = 13y - 18y$ $B = y(13-18)$ $B = -5y$	$C = 7 - 3b^2$ Il n'y a pas de facteur commun, on ne peut pas factoriser.	$D = 4x^2 + 16y - 4x$ $D = 4x^2 + 4 \times 4y - 4x$ $D = 4(x^2 + 4y - x)$
--	--	--	---

Exercice 4 Réduis ces sommes algébriques

$$\begin{array}{lll}
 E = a + 2a + 3a & F = 5y + 2 - 4y + 5 & G = 2b^2 + 11b + 3b^2 - 9b \\
 E = a(1+2+3) & F = 5y - 4y + 2 + 5 & G = 2b^2 + 3b^2 + 11b - 9b \\
 E = 6a & F = y + 7 & G = 5b^2 + 2b
 \end{array}$$

Exercice 5 Réduis les expressions suivantes

$$\begin{array}{ll}
 H = 5x - 5 - 3x + 6 + 4x & I = 4y^2 + 3y - 6 - 2y^2 - y + 5 \\
 H = 5x - 3x + 4x - 5 + 6 & I = 4y^2 - 2y^2 + 3y - y - 6 + 5 \\
 H = x(5 - 3 + 4) + 1 & I = y^2(4 - 2) + y(3 - 1) - 1 \\
 H = 6x + 1 & I = 2y^2 + 2y - 1
 \end{array}$$

Exercice 6 supprime les parenthèses et puis calcule les expressions

$$\begin{array}{ll}
 J = 2 - (4 - 5) & K = (3 - 6) - (4 - 8) \\
 J = 2 - 4 + 5 & K = 3 - 6 - 4 + 8 \\
 J = -2 + 5 & K = -3 - 4 + 8 \\
 J = 3 & K = -7 + 8
 \end{array}$$

$$K = 1$$

Exercice 7 supprime les parenthèses et réduis les expressions

$$L = 50 + (12 - 5a)$$

$$M = 27 - (26 - 3b)$$

$$N = 12 + (2a - 5) - (-6 + 3a)$$

$$L = 50 + 12 - 5a$$

$$M = 27 - 26 + 3b$$

$$N = 12 + 2a - 5 + 6 - 3a$$

$$L = 62 - 5a$$

$$M = 1 + 3b$$

$$N = 2a - 3a + 12 - 5 + 6$$

$$N = -a + 13$$

$$O = (6x - 7) - (3 - 4x)$$

$$P = -(8y^2 + 7y) + (-6 + 3y^2) + (-6y - 3)$$

$$O = 6x - 7 - 3 + 4x$$

$$P = -8y^2 - 7y - 6 + 3y^2 - 6y - 3$$

$$O = 10x - 10$$

$$P = -5y^2 - 13y - 9$$

Exercice 8

a) En commençant par 4 :

$$(4+5) \times (-3) + 3 \times 4 = 9 \times (-3) + 12 = -27 + 12 = -15$$

En commençant par -2 :

$$(-2+5) \times (-3) + 3 \times (-2) = 3 \times (-3) - 6 = -9 - 6 = -15$$

b) On trouve -15 dans pour les deux résultats.

$$c) (x+5) \times (-3) + 3x = -3x - 3 \times 5 + 3x = -3x + 3x - 15 = -15$$

Le programme de calcul donne bien toujours le même résultat : - 15

Exercice 9

a) Aire de la première figure :

$$A_1 = 2 \times 3 + 3 \times 3 + 2 \times 3$$

$$= 6 + 9 + 6$$

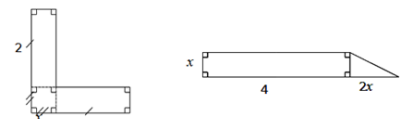
$$= 21$$

Aire de la deuxième figure :

$$A_2 = 3 \times 4 + \frac{6 \times 3}{2}$$

$$= 12 + 9$$

$$= 21$$



Les deux aires mesurent 21cm^2 .

$$b) A_1 = 2x + x^2 + 2x \text{ (aire des deux rectangles + aire du carré)} \quad A_2 = 4x + \frac{x \times 2x}{2} \text{ (aire rectangle + aire carré)}$$
$$= x^2 + 4x \quad = x^2 + 4x$$