

Propriété, réciproque et propriété caractéristique

Propriété mathématique

Un petit rappel des règles du débat :

Débat
Mathématique



Règle 1 : un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux.

Règle 2 : il suffit d'un contre-exemple pour qu'un énoncé soit faux.

Règle 3 : En mathématiques, on n'invente pas des propriétés, on utilise celles qui sont vues en classe.

Règle 4 : Même si la majorité des élèves (ou même tous les élèves) pensent que le résultat est vrai, cela ne suffit pas pour affirmer que c'est bien vrai.

Règle 5 : Pour dire en mathématiques qu'un énoncé est vrai, il ne suffit pas de donner des exemples.

Règle 6 : En mathématiques, un dessin géométrique ne constitue pas une preuve.



Définition : Une **propriété mathématique** est un énoncé qui est toujours vrai. C'est une particularité d'un objet mathématique.

Une propriété mathématique a donc été prouvée : on appelle cette preuve une **démonstration**. Dans le cours de mathématiques cette année, on ne démontre pas toutes les propriétés car certaines sont difficiles, mais ces démonstrations existent.

Dans une propriété, on distingue une **condition** et d'une **conclusion**.

Essayons de comprendre sur des énoncés de la vie quotidienne.

Exemples :

- Si **je m'appelle Jean Dupont** alors **mes initiales sont JD**. *Cet énoncé est vrai.*
condition conclusion
- Si **j'ai moins de 18 ans** alors **je suis mineur**. *Cet énoncé est vrai.*
condition conclusion
- Si **je prends mon parapluie**, alors **il pleut**.
condition conclusion

Cet énoncé est faux. Contre-exemple : Je peux prendre mon parapluie même s'il fait beau.

Exemple mathématique :

- Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales sont de même longueur.
condition conclusion

Cet énoncé est vrai, c'est une propriété du rectangle. (démonstration admise cette année)

- Si je suis un nombre entier divisible par 5 alors mon chiffre des unités est 0.
condition conclusion

Cet énoncé est faux. Contre-exemple : 25 est divisible par 5 et son chiffre des unités est 5.

La réciproque

La réciproque d'un énoncé s'obtient en échangeant la condition et la conclusion.

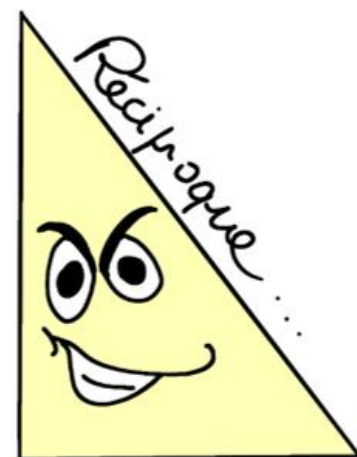
Exemple :

Si je suis français alors je suis européen.

La proposition réciproque est

Si je suis européen alors je suis français.

Dans cet exemple, la première proposition est vraie, sa réciproque est fausse.



La réciproque d'une proposition vraie, n'est pas obligatoirement vraie.

Parfois les deux propositions sont fausses toutes les deux.

Si je m'appelle Aurélie alors je joue du piano.

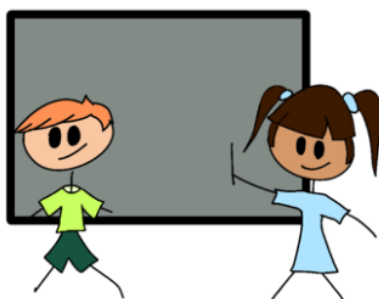
Si je joue du piano alors je m'appelle Aurélie.

Les deux propositions sont fausses.

Parfois les deux propositions sont vraies toutes les deux.

Si je suis demi-pensionnaire alors je mange à la cantine. Les deux propositions sont

Si je mange à la cantine alors je suis demi-pensionnaire. vraies.

**Propriété caractéristique**

Lorsqu'une **proposition et sa réciproque sont vraies** on dit que la proposition est une **propriété caractéristique**.

Exemple :

Si un homme est en vie alors il respire. (proposition vraie)

Si un homme respire alors il est en vie. (proposition réciproque vraie)

Il s'agit donc d'une propriété caractéristique : respirer caractérise le fait d'être en vie.

Juliette Hernando <http://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction (textes et images) ne peut être faite sans mon autorisation. Merci à Camille Yvonneau !