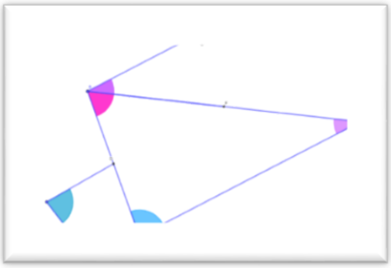
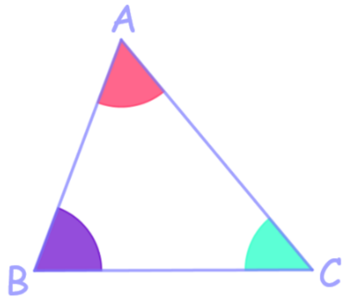
Triangles et angles

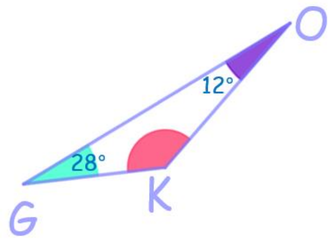
Activité découverte dans le Genially





Propriété 1 : La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

$$\widehat{ABC} + \widehat{CAB} + \widehat{ACB} = 180°$$



Application : Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OKG}$?

On peut rapidement retrouver la mesure de l'angle en effectuant la somme des deux mesures données :

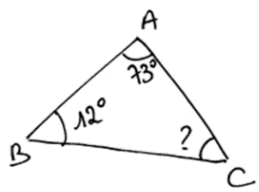
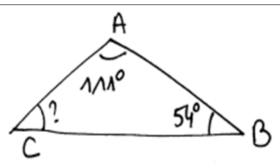
$$28° + 12° = 40°$$

Et en utilisant la propriété : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.
Pour trouver la mesure de l'angle manquant on effectue la différence entre 180° et la somme que l'on vient de calculer.

$$180° - 40° = 140°$$

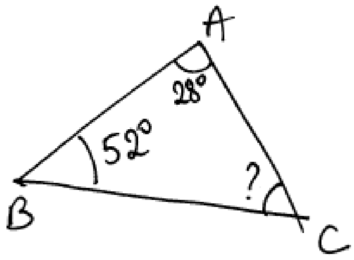
L'angle $\widehat{GKO}$ mesure donc 140°.

Exercice : Calcule l'angle manquant dans chaque cas

Questions flash :

1) …………
2) …………
3) …………
4) …………
5) …………
6) …………
7) …………
8) …………
9) …………
10) …………

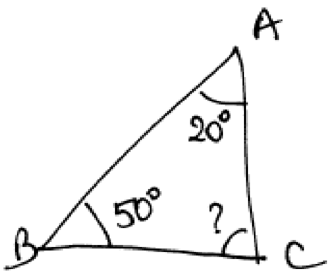


Intéressons-nous maintenant à la rédaction : l'application telle qu'elle est rédigée, est assez longue. On peut alléger la rédaction, en utilisant les noms des angles. Voici les étapes importantes de la rédaction :

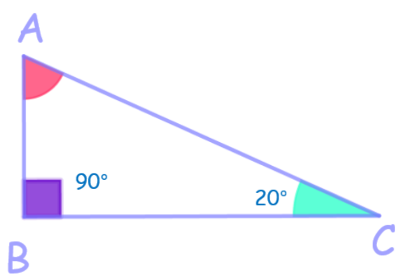
$\widehat{CAB}+\widehat{ABC}=28°+52$ $=80°$	*On calcule la somme des deux mesures connues. C'est important d'indiquer le nom des angles, sinon le lecteur ne sait pas ce que l'on fait.*
La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.	*On cite la propriété que l'on va utiliser.*
$\widehat{ACB}\ =180°-80°=100°$	*On soustrait la somme calculée à 180°.*
L'angle $\widehat{ACB}$ mesure 100°.	*On conclut.*

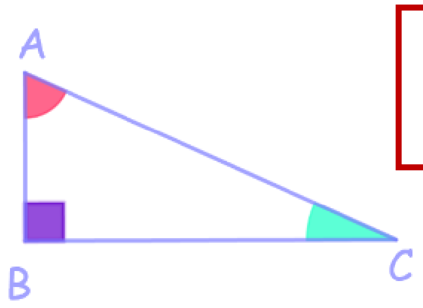
Seule la partie de gauche du tableau est à écrire.

Exemple 1 Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$?



Exemple 2 : calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.





Propriété 2 : La somme des mesures des deux angles aigus d'un triangle rectangle est égale à 90°.

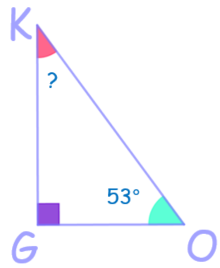
$$\widehat{CAB} + \widehat{ACB} = 90°$$

Définition : Deux angles dont la somme des mesures est égale à 90° sont appelés angles **complémentaires**.

La propriété 2 peut s'énoncer de cette façon : « Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.

Démonstration :
Considérons un triangle ABC rectangle en B.
La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° (propriété 1).
ABC étant rectangle en B, la mesure de l'angle $\widehat{CBA}$ est égale à 90° (définition du triangle rectangle).
Donc la somme des deux angles aigus est égale à 180°- 90°, soit 90° :

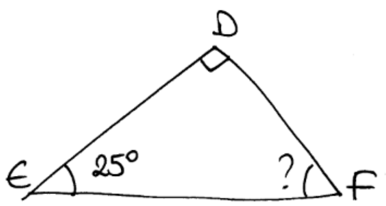
$$\widehat{CAB} + \widehat{ACB} = 90°$$



Application : Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{OKG}$?

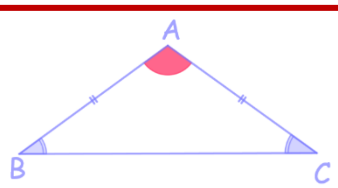
La somme des mesures des deux angles aigus d'un triangle rectangle est égale à 90°.	*On cite la propriété que l'on va utiliser.*
$\widehat{OKG} = 90° - 53° = 37°$	*On effectue la différence entre 90° et la mesure de l'angle aigu connue.*
L'angle $\widehat{OKG}$ mesure 37°.	*On conclut.*

Exemple : Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{DFE}$?

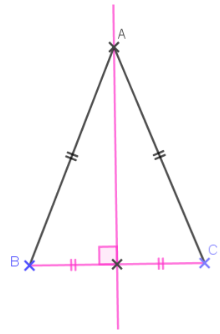


Propriété 3 : Les deux angles à la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.

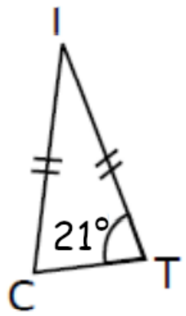
$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$$

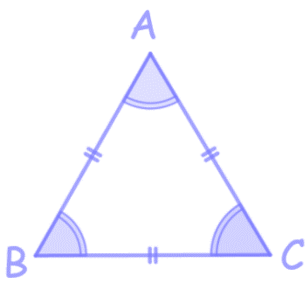


<u>Démonstration :</u>
Considérons un triangle ABC isocèle en A.
D'après une propriété étudiée l'année dernière, la médiatrice de [BC] est un axe de symétrie du triangle.
Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont symétriques par rapport à cette médiatrice.
Or, la symétrie axiale conserve les mesures d'angle.
Donc les angles à la base $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ ont la même mesure.



<u>Application</u> : Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ICT}$? Déduis-en la mesure de l'angle $\widehat{CIT}$.





<u>Propriété 4 :</u> Les trois angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure. Cette mesure est égale à 60°.

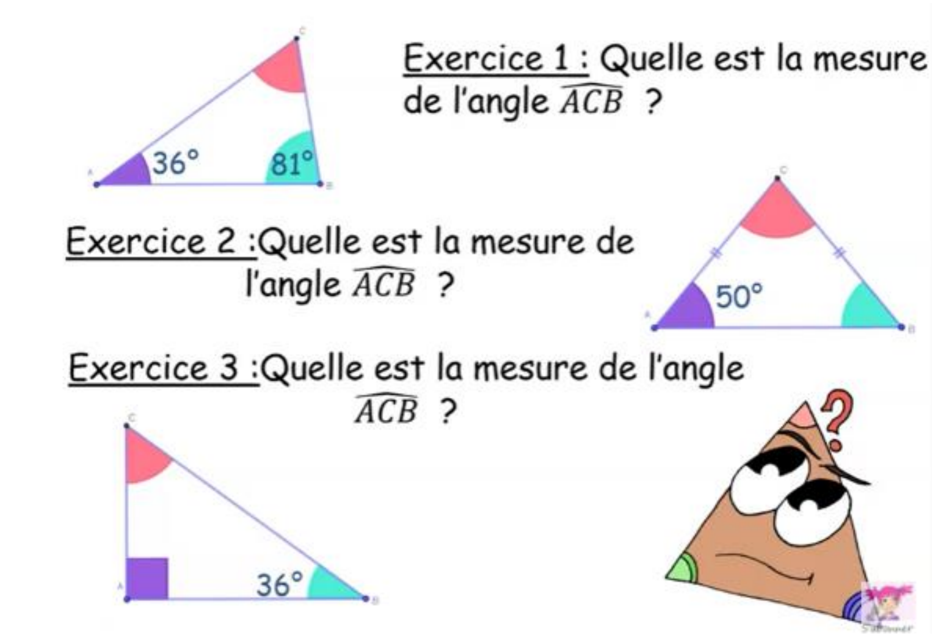
$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$$

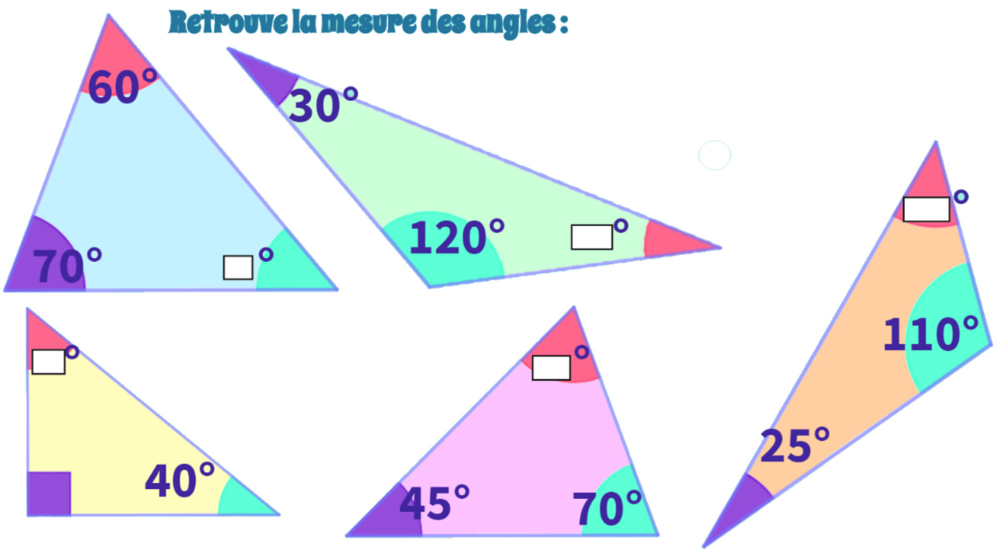
<u>Démonstration :</u>
Considérons un triangle ABC équilatéral. Puisqu'il est équilatéral, ce triangle est en particulier isocèle en A : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ d'après la propriété 3.
Ce triangle est aussi isocèle en B : $\widehat{ACB} = \widehat{BAC}$ d'après la propriété 3.
En reprenant ces deux égalités : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}$.
Les trois angles d'un triangle équilatéral ont donc la même mesure.
Or la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° donc cette mesure est égale au tiers de 180°, c'est-à-dire 60°.

<u>Questions flash :</u>

1) ………..
2) ………..
3) ………..
4) ………..
5) ………..
6) ………..
7) ………..
8) ………..
9) ………..
10) ………..

Exercices corrigés en vidéo :





Classe Genially :