

Démonstrations à travailler en classe de 5e

Mathématiques - cycle 4 - année 2026-2027

Ce document rassemble les démonstrations et raisonnements repérés pour le niveau 5e dans les documents d'accompagnement. Les formulations ci-dessous sont volontairement réécrites pour constituer un outil de préparation et de mise en œuvre en classe. L'objectif n'est pas de faire apprendre des textes figés, mais d'amener progressivement les élèves à identifier les données, mobiliser une propriété pertinente, enchaîner des arguments et formuler une conclusion.

1. Somme de deux nombres pairs

Résultat travaillé	La somme de deux nombres pairs est paire.
Nature du raisonnement	Preuve générale par le calcul littéral.
Pré-requis	Définition d'un nombre pair ; utilisation d'une lettre pour désigner un entier ; distributivité simple.
Mise en activité possible	Faire d'abord tester la propriété sur quelques exemples, puis demander pourquoi ces exemples ne suffisent pas à établir le résultat dans tous les cas.
Point de vigilance	Faire apparaître clairement le passage de quelques exemples à une preuve valable pour tous les nombres pairs.

2. Somme de deux carrés parfaits : recherche d'un contre-exemple

Résultat travaillé	La somme de deux carrés parfaits est-elle nécessairement un carré parfait ?
Nature du raisonnement	Réfutation d'une affirmation universelle par un contre-exemple.
Pré-requis	Carrés parfaits ; distinction entre exemple, conjecture et démonstration.
Mise en activité possible	Laisser les élèves tester plusieurs couples de carrés. Faire ensuite chercher un seul exemple permettant de réfuter l'affirmation.
Point de vigilance	Insister sur l'asymétrie logique : plusieurs exemples favorables ne prouvent pas une propriété générale ; un seul contre-exemple suffit à montrer qu'elle est fausse.

3. Angles formés par deux parallèles et une sécante

Résultat travaillé	Établir les propriétés relatives aux angles formés par deux droites parallèles et une sécante, ainsi que leurs réciproques.
Nature du raisonnement	Raisonnement géométrique utilisant les propriétés du demi-tour.
Pré-requis	Symétrie centrale ; conservation des angles ; image d'une droite par un demi-tour ; vocabulaire des angles alternes-internes et correspondants.
Mise en activité possible	Partir d'une figure dynamique ou construite, faire conjecturer les égalités d'angles, puis demander quels résultats déjà connus permettent de les justifier.
Point de vigilance	La rédaction doit être adaptée à la figure effectivement utilisée : ne pas faire apprendre une preuve générique sans lien avec les objets nommés.

4. Somme des angles d'un triangle

Résultat travaillé	Dans tout triangle, la somme des mesures des trois angles est égale à 180° .
Nature du raisonnement	Démonstration géométrique par les angles alternes-internes (une preuve par symétrie centrale est également possible).
Pré-requis	Droites parallèles ; angles alternes-internes ; angle plat.
Mise en activité possible	Faire mesurer plusieurs triangles pour conjecturer le résultat, puis poser la question : comment être certain que cela fonctionne pour tous les triangles ?
Point de vigilance	Faire distinguer la mesure expérimentale des angles de la preuve déductive.

5. Une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire

Résultat travaillé	Une médiane d'un triangle le partage en deux triangles de même aire.
Nature du raisonnement	Démonstration utilisant la formule de l'aire du triangle.
Pré-requis	Milieu d'un segment ; médiane ; hauteur relative à une base ; aire d'un triangle.
Mise en activité possible	Construire une médiane, comparer visuellement les deux triangles puis chercher quelles grandeurs interviennent dans leur aire.
Point de vigilance	La hauteur commune n'a pas besoin d'être tracée pour que le raisonnement soit valide ; elle est relative à la même droite support.

6. Propriétés caractéristiques du parallélogramme

Résultat travaillé	Justifier des propriétés caractéristiques du parallélogramme à partir de la symétrie centrale.
Nature du raisonnement	Démonstration géométrique fondée sur le demi-tour.
Pré-requis	Diagonales d'un parallélogramme ; milieu ; symétrie centrale ; conservation des longueurs et du parallélisme.
Mise en activité possible	Faire identifier le centre du parallélogramme comme centre d'un demi-tour et rechercher les images des sommets et des côtés.
Point de vigilance	Selon la définition choisie dans le cours, préciser clairement quelle propriété est admise comme point de départ et lesquelles sont démontrées.

7. Propriétés caractéristiques du rectangle, du losange et du carré

Résultat travaillé	Justifier les propriétés caractéristiques des parallélogrammes particuliers.
Nature du raisonnement	Chaînes déductives à partir des propriétés du parallélogramme et des définitions.
Pré-requis	Propriétés du parallélogramme ; rectangle ; losange ; carré ; diagonales.
Mise en activité possible	Organiser les raisonnements sous la forme « Ce que je sais / Propriété utilisée / Ce que j'en déduis », afin de rendre visible la structure logique.
Point de vigilance	Il est pédagogiquement préférable de répartir ces preuves et de faire produire de courtes justifications plutôt qu'une longue démonstration globale.

8. Dans un parallélogramme, deux triangles opposés par le centre ont la même aire

Résultat travaillé	ABCD étant un parallélogramme de centre O, justifier l'égalité d'aires de triangles mis en correspondance par le demi-tour.
Nature du raisonnement	Preuve par transformation géométrique.
Pré-requis	Centre d'un parallélogramme ; demi-tour ; conservation des aires.
Mise en activité possible	Faire repérer les images des sommets par la symétrie centrale de centre O, puis identifier les triangles correspondants.
Point de vigilance	Nommer précisément les triangles sur la figure choisie en classe ; l'argument essentiel est leur correspondance par la symétrie centrale.

9. Formule de l'aire du disque

Résultat travaillé	Donner du sens à la formule $A = \pi r^2$ par une preuve visuelle.
Nature du raisonnement	Argument géométrique de réarrangement (« preuve sans mots »).
Pré-requis	Périmètre du cercle ; aire du parallélogramme ; rayon.
Mise en activité possible	Découper un disque en secteurs identiques puis les disposer alternativement pour faire apparaître une forme proche d'un parallélogramme.
Point de vigilance	Au niveau 5e, il s'agit d'une justification visuelle donnant du sens à la formule ; on ne cherche pas à formaliser un raisonnement de limite.

Tableau récapitulatif

Démonstration / raisonnement	Outil principal	Séquence associée
Somme de deux nombres pairs	Calcul littéral	Calcul littéral / démontrer
Somme de deux carrés : contre-exemple	Contre-exemple	Carrés et cubes
Angles et parallélisme	Demi-tour / angles	Caractérisation du parallélisme
Somme des angles d'un triangle	Angles alternes-internes	Triangles
Médiane et égalité d'aires	Aire du triangle	Médianes
Parallélogramme	Symétrie centrale	Parallélogrammes
Rectangle, losange, carré	Propriétés caractéristiques	Parallélogrammes particuliers
Égalité d'aires dans un parallélogramme	Symétrie centrale	Parallélogrammes / aires
Aire du disque	Réarrangement de secteurs	Aire du disque

Références : programme de mathématiques du cycle 4 et documents d'accompagnement ; document de repérage fourni « Au collège, on démontre ! ».