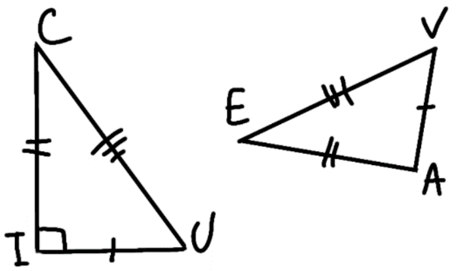
AP triangles égaux

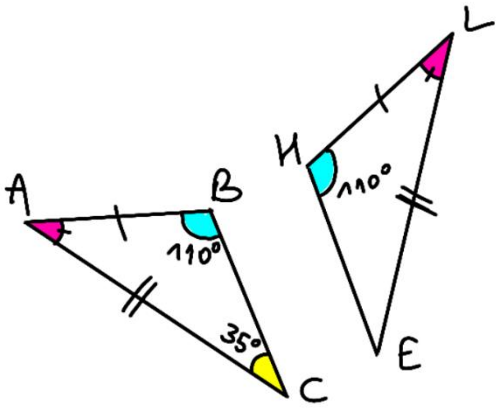
<u>Exercice 1 :</u> SOL et IDE sont deux triangles égaux tels que : SO=4cm, SL=8cm et $\widehat{IED} = 20°$; IE=8cm et DE= 10cm .

1) Faire un schéma codé de chaque triangle.
2) Trouver les côtés et les angles homologues.
3) En déduire la longueur du segment [OL].

<u>Exercice 2 :</u>

1) Démontrer que les triangles UCI et EVA sont égaux.
2) Quelle est la nature du EVA ?





<u>Exercice 3 :</u>

1) Démontrer que les triangles ABC et HLE sont égaux.

2)Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{HEL}$?

<u>Exercice 4 :</u>

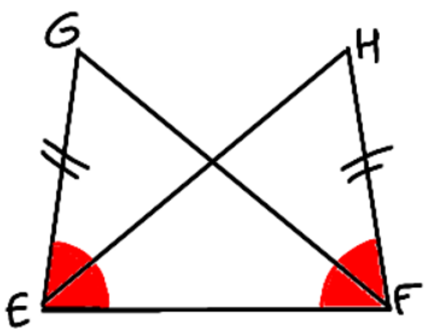
On considère deux triangles ABC et DEF tels que AB=EF, $\widehat{BAC} = \widehat{DEF} = 117°$, $\widehat{ABC} = 23°$ et $\widehat{EDF} = 40°$

1) Faire un schéma codé.
2) Démontrer que les triangles ABC et DEF sont égaux.
3) Quelles sont les mesures des angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{DFE}$?

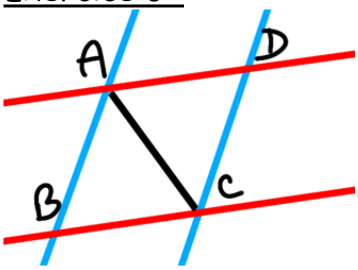
<u>Exercice 5:</u>

On a les égalités suivantes : EG=FH et $\widehat{FEG}$=$\widehat{EFH}$.

1) Prouve que les triangles EFG et FEH sont égaux.
2) Que peux-tu en déduire sur les longueurs EH et FG ?

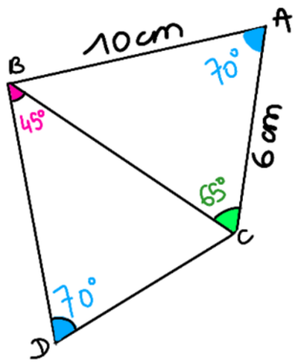


<u>Exercice 6 :</u>



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles, ainsi que les droites (AD) et (BC).

1) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
2) Que peux-tu dire des longueurs de [AD] et [BC] ?
3) Même question pour [AB] et [DC].
4) Explique pourquoi les triangles ABD et CDB sont égaux.

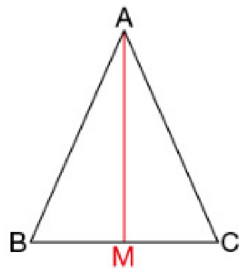


Exercice 7 :

On considère la figure ci-contre.

1) Démontrer que les triangles BCD et BAC sont égaux.
2) Quelles sont les longueurs DC et DB ?
3) En déduire le périmètre de la figure.

Exercice 8 :



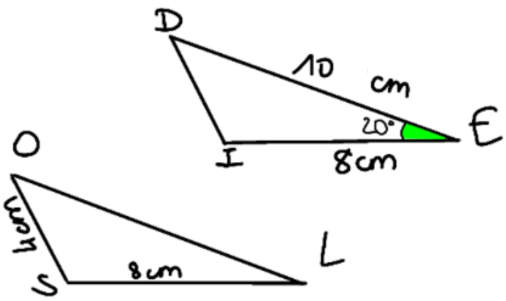
ABC est un triangle tel que (AM) est un axe de symétrie du triangle.

1) Que peut-on dire des longueurs AB et AC ?
2) Que peut-on dire des longueurs BM et MC ?
3) Prouve que les triangles ABM et ACM sont égaux.

Correction

Exercice 1 :

1)



2)

Côtés homologues	Angles homologues
[SL] et [IE]	$\widehat{OSL}$ et $\widehat{DIE}$
[SO] et [ID]	$\widehat{SOL}$ et $\widehat{IDE}$
[OL] et [DE]	$\widehat{OLS}$ et $\widehat{DEI}$

3) Comme les triangles sont égaux, les côtés homologues sont de même longueur donc : OL=DE=10,4cm

Exercice 2 :

1) Les codages du schéma indiquent des égalités de longueur : IU=VA, CI=EA et CU=EV. D'après le premier cas d'égalité des triangles : si deux triangles ont leurs côtés deux à

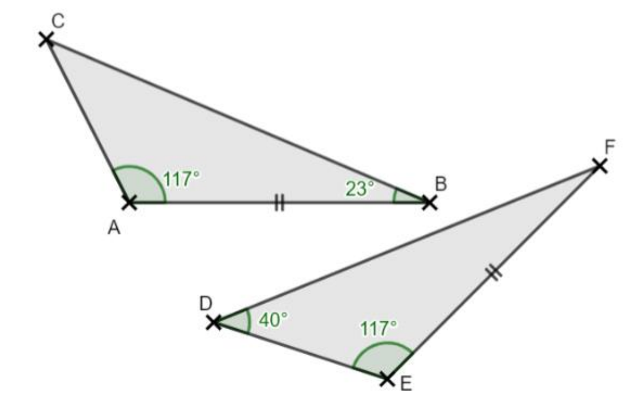
deux de même longueur alors ces triangles sont égaux. On peut donc conclure que les triangles UCI et EVA, qui ont leurs côtés deux à deux de même longueur, sont donc égaux.

2) Les deux triangles UCI et EVA sont égaux et les angles $\widehat{CIE}$ et $\widehat{EAV}$ sont homologues. Ces angles sont donc de même mesure. Le triangle EVA est rectangle en A.

Exercice 3 :

1) D'après le schéma, AC=LE, BA=HL et $\widehat{CAB} = \widehat{HLE}$. Les triangles ABC et HLE ont donc un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur.
D'après le deuxième cas d'égalité des triangles (si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur alors ces triangles sont égaux), ces triangles sont égaux.
2) Les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{HEL}$ sont homologues, ils ont donc la même mesure car les triangles sont égaux. L'angle $\widehat{HEL}$mesure donc 35°.

Exercice 4 :



1)

2) On calcule la mesure de l'angle manquant dans le triangle DEF en utilisant la propriété suivante : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° :

$$\widehat{FDE} + \widehat{DEF} = 40° + 117° = 157°$$
$$\widehat{DFE} = 180° - 157° = 23°$$

L'angle $\widehat{DFE}$ mesure 23°.

On a alors AB=EF, $\widehat{BAC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{CBA} = \widehat{DFE}$;
Ces deux triangles ont un coté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, ils sont donc égaux d'après le troisième cas d'égalité des triangles.

Exercice 5

1) D'après le schéma, EG=HF et $\widehat{FEG}$=$\widehat{EFH}$.
[EF] est un côté commun.
Les triangles EFG et FEH ont donc un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur (propriété 2 des cas d'égalité des triangles): ces triangles sont égaux.
2) Les triangles sont égaux, ils sont donc superposables : leurs côtés sont deux à deux de même longueur.
[EH] et[FG] sont des côtés homologues donc EH=FG.

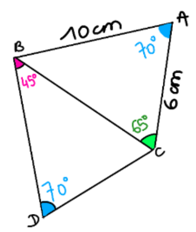
Exercice 6 :

1) Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme, donc ABCD est un parallélogramme.
2) Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur, donc [AD] et [BC] qui sont deux côtés opposés du parallélogramme ABCD ont la même longueur.
3) Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur, donc [AB] et [DC] qui sont deux côtés opposés du parallélogramme ABCD ont la même longueur.
4) Le coté [BD] est en commun pour les deux triangles. De plus, d'après les questions précédentes, AB=DC et AD=BC. Nous avons deux triangles ayant les trois côtés de même longueur, ils sont donc égaux d'après la propriété 1.

Exercice 7 :

1) On calcule les angles manquants dans chaque triangle en utilisant la propriété suivante : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° :
   - Dans le triangle BCD :
   $$\widehat{CBD} + \widehat{CDB} = 45° + 70° = 115°$$
   $$\widehat{BCD} = 180° - 115° = 65°$$
   L'angle $\widehat{BCD}$ mesure 65°
   - Dans le triangle ABC :
   $$\widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 65° + 70° = 135°$$
   $$\widehat{ABC} = 180° - 135° = 45°$$
   L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 45°

Les deux triangles ont un côté en commun [BC] et donc un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure. Ils sont égaux d'après la propriété 3.



2) Les triangles étant égaux, les côtés homologues sont de même longueur : AB=BD=10cm et AC=CD=6cm
$$P = BA + AC + CD + BD = 2 \times 10\ cm + 2 \times 6cm = 20cm + 12cm = 32cm$$
Le périmètre de la figure est de 32cm.

Exercice 8 :

1) La symétrie axiale conserve les longueurs donc AB=AC. Le triangle ABC est isocèle en A.
2) La symétrie axiale conserve les longueurs donc BM=CM.
3) Le coté [AM] est commun aux deux triangles, AB=AC et BM=MC d'après la question 1. Les triangles sont donc égaux d'après le 1er cas d'égalité des triangles.

Remarque : on aurait pu utiliser les autres propriétés puisque la symétrie axiale conserve les angles et les longueurs