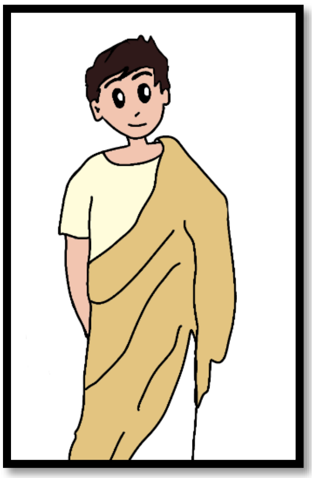
Equations (1)

Rappel : Une **égalité** entre deux expressions algébriques (littérales ou numériques) peut être :
- toujours vraie
- jamais vraie
- vraie uniquement pour certaines valeurs données aux lettres

Définition : Une **identité** est une **égalité** entre deux expressions algébriques qui est **vraie pour toutes les valeurs des variables**.

Exemple/contre-exemple :
5 (a+b) = 5a + 5b est **une identité** car cette égalité est vraie pour toutes les valeurs de a et de b.
3a + 2 = 5 **n'est pas une identité** : elle n'est pas vraie si la variable a vaut 0.



Dans ce cas, on peut **se demander pour quelles valeurs de la variable ces deux expressions algébriques sont égales** : on regarde alors l'égalité comme **une équation**.
Résoudre cette équation consiste à **déterminer la ou les valeurs de la variable, pour lesquelles l'égalité est vraie.**
Cette variable est alors appelée **inconnue**.
Il existe des méthodes pour trouver ces valeurs : elles consistent à écrire une suite d'égalités qui sont vraies exactement pour les mêmes valeurs de la variable. Nous allons en étudier cette année.

Exemple :
Si je cherche les valeurs de a pour lesquelles l'égalité « $3a + 2 = 7a$ » est vraie, on dira que je cherche à résoudre l'**équation** $3a + 2 = 7a$. a est l'inconnue.

Définition : On dit qu'un nombre est **solution d'une équation si l'égalité est vraie lorsque la variable est égale à cette valeur**.

Exemple 1 : Si je cherche la (ou les) valeurs de x pour laquelle (lesquelles) l'égalité suivante $3x + 2 = 18 + x$ est vraie alors :

$3x + 2 = 18 + x$ est une .... que je cherche à ....
Comme l'égalité est vraie pour $x = 8$, on dit que 8 est ....de l'équation.

Document utilisé : Logique au collège, IREM de Paris

Exemple 2 :

a) 6 est-il solution de l'équation $4x + 6 = 5x$?

b) (-2) est-il solution de l'équation $4x + 6 = 5x$?

a) Demander si 6 est solution de l'équation est une autre façon de demander si l'égalité est vraie lorsque la variable vaut 6.

On a déjà répondu à ce type de question : on va tester l'égalité pour $x = 6$.

On calcule séparément les deux membres de l'égalité pour cette valeur de la variable :

$4x + 6 =$	$5x =$

L'égalité $4x + 6 = 5x$ est ………………… pour $x = 6$. Donc 6 ………………………………………..de l'équation $4x + 6 = 5x$.

b) On nous demande de tester si l'égalité est vraie lorsque la variable vaut (-2).

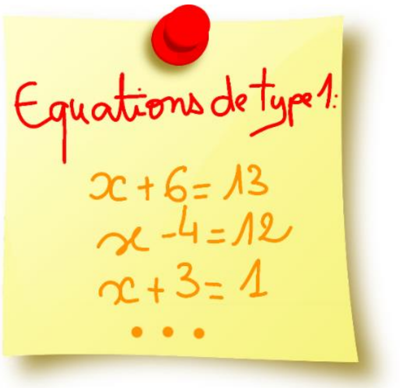
On calcule séparément les deux membres de l'égalité pour cette valeur de la variable :

$4x + 6 =$	$5x =$

L'égalité $4x + 6 = 5x$ est ………………… pour $x = -2$. Donc (-2) ………………………………………..de l'équation $4x + 6 = 5x$.

Exemple 3 :

8 est-il solution de $5x + 6 = 6x$?



Dans ce cours, nous allons apprendre à résoudre les « équations de type 1 » qui sont appelées par les mathématiciens « équations $x + a = b$ », x est l'inconnue que l'on recherche et a et b sont des nombres donnés dans l'énoncé :

Equations de type 1 et programmes de calcul

Avant d'apprendre une technique de résolution, changeons de registre :

Equation	**Schéma fléché**	**Programme de calcul**
Résoudre : $\boldsymbol{x + 7 = 12}$	$x \xrightarrow{+7} 12$	Trouve le nombre de départ si le résultat est 12 : Programme • Choisis un nombre • Ajoute 7 à ce nombre
Résoudre ………………………………	$x \xrightarrow{-5} 8$	Trouve le nombre de départ si le résultat est 8 : Programme • Choisis un nombre • Soustrais 5 à ce nombre
Résoudre : $\boldsymbol{x + 8 = -2}$	$x \xrightarrow{....} ....$	Trouve le nombre de départ si le résultat est …. Programme • Choisis un nombre • ……………………………………à ce nombre
Résoudre : $\boldsymbol{x - 6 = -2}$	$x \xrightarrow{....} ....$	Trouve le nombre de départ si le résultat est …. Programme • Choisis un nombre • ……………………………………à ce nombre

Questions flash :

1) …………
2) …………
3) …………
4) …………
5) …………

Document utilisé : Logique au collège, IREM de Paris

On a déjà vu comment retrouver le nombre de départ dans certains cas simples de programmes de calcul :

<u>Programme</u> • Choisis un nombre • Ajoute 7 à ce nombre	$x \xrightarrow{+7} 12$	$x \underset{-7}{\overset{+7}{\rightleftarrows}} 12$	12-7=5 Le nombre de départ est 5.
On veut trouver le nombre de départ si le résultat est 12.	On modélise avec des flèches.	On « remonte » le programme.	On calcule et on conclut.

Pour résoudre notre équation, on va utiliser cette propriété :

<u>Propriété</u> : Deux égalités restent vraies exactement pour les mêmes valeurs de la variable, si on **ajoute ou on soustrait un même nombre aux deux membres de l'égalité**.

$$\begin{array}{ccc} & x + 7 = 12 & \\ -7 & & -7 \\ & x = 5 & \end{array}$$

Les solutions de l'équation «$x + 7 = 12$ » sont les mêmes que les solutions de l'équation « $x = 5$ » car on a utilisé la propriété. Il n'y a donc qu'une seule solution à cette équation et c'est 5.
On a résolu l'équation « $x + 7 = 12$ » en isolant l'inconnue x grâce à la propriété.

<u>Exemples :</u> résous de la même façon les équations suivantes

$x + 8 = 2$	$x - 3 = -5$	$x - 6 = 4$
$x - 12 = -2$	$x + 3 = -5$	$x + 6 = 4$

Document utilisé : <u>Logique au collège</u>, IREM de Paris

Questions flash (série 1) :

1) …………
2) …………
3) …………
4) …………
5) …………
6) …………
7) …………
8) …………
9) …………
10) …………

Remarque 1 on peut choisir n'importe quelle lettre (minuscule) pour désigner l'inconnue, même si on préfère désigner les inconnues par les lettres x, y ou z. Les équations « $x+3=2$ » et « $y+3=2$ » ont les mêmes solutions.

Remarque 2

- Les expressions '$x+3$' et '$3+x$' sont égales pour toutes les valeurs de la variable donc les équations « $x+3=-6$ » et « $3+x=-6$ » ont les mêmes solutions.
- De même pour '$-6+x$' et '$x-6$', donc les équations « $-6+x=2$ » et « $x-6=2$ » ont les mêmes solutions.

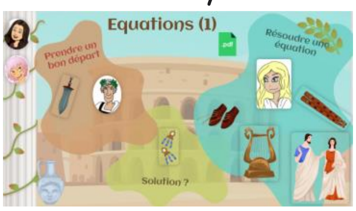
Exemples : résous les équations suivantes

$z+6=-3$	$2+y=-6$	$-3+a=4$

Questions flash (série 2) :

1) …………
2) …………
3) …………
4) …………
5) …………
6) …………
7) …………
8) …………
9) …………
10) …………

Classe Genially :



Document utilisé : Logique au collège, IREM de Paris