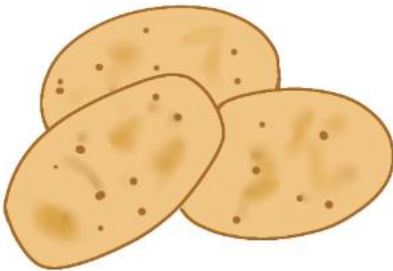


## Résoudre des problèmes liés à des situations de proportionnalité : rappels de

### 4 méthodes

Calculer une quatrième proportionnelle, c'est calculer une valeur manquante dans un tableau de proportionnalité. Tu connais déjà quatre méthodes te permettant de calculer une quatrième proportionnelle, nous allons les revoir avant d'en découvrir une nouvelle.

#### Méthode 1 : je retrouve une quantité comme somme ou différence de deux autres



**Exemple corrigé** : 5 kg de pommes de terre coûtent 6,40 € et 3 kg coûtent 3,84 €. Quel est le prix de 8kg de pommes de terre ? Quel est le prix de 2kg de pommes ?

Les grandeurs dans ce problème sont :

- la masse de pommes de terre en kilogramme (kg)
- le prix des pommes de terre en euros (€)

Ces grandeurs sont proportionnelles, le tableau suivant est

un tableau de proportionnalité :

|                                     |      |      |   |   |
|-------------------------------------|------|------|---|---|
| Masse des pommes de terre (en kg)   | 5    | 3    | 8 | 2 |
| Prix des pommes de terre (en euros) | 6,40 | 3,84 |   |   |

Comme 8kg est la somme de 5kg et de 3kg, on en déduit que le prix de 8kg de pommes de terre est la somme de 6,40€ et de 3,84€. Ce que l'on peut schématiser de cette façon :

|                                     |      |      |       |   |
|-------------------------------------|------|------|-------|---|
| Masse des pommes de terre (en kg)   | 5    | 3    | 8     | 2 |
| Prix des pommes de terre (en euros) | 6,40 | 3,84 | 10,24 |   |

Comme 5 kg moins 3 kg font 2 kg, on en déduit que 2 kg de ces pommes de terre coûtent 6,40 € moins 3,84 € soit 2,56 €. Ce que l'on peut schématiser de cette façon :

|                                     |      |      |       |       |
|-------------------------------------|------|------|-------|-------|
| Masse des pommes de terre (en kg)   | 5    | 3    | 8     | 2     |
| Prix des pommes de terre (en euros) | 6,40 | 3,84 | 10,24 | 2,56€ |

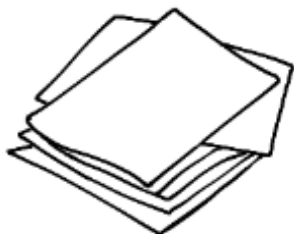
Des exemples corrigés en vidéo :

[https://www.youtube.com/watch?v=P-aHwm-3tVg&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=P-aHwm-3tVg&ab_channel=MathsetJeux)



**Méthode 2** : je retrouve une quantité en multipliant ou en divisant une autre quantité par un nombre (différent de 0)

Cette méthode utilise ce qu'on appelle « la linéarité multiplicative ».



**Exemple corrigé** : Une pile de 500 feuilles de papier identiques a une épaisseur de 3,5 cm. Quelle est l'épaisseur d'une pile de 2 000 de ces mêmes feuilles ?

Les grandeurs dans ce problème sont :

- Le nombre de feuilles de papier dans une pile
- L'épaisseur de la pile mesurée en centimètre (cm)

Ces grandeurs sont proportionnelles car les feuilles sont toutes identiques, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

|                            |     |       |
|----------------------------|-----|-------|
| Nombre de feuilles         | 500 | 2 000 |
| Hauteur de la pile (en cm) | 3,5 |       |

2 000 feuilles, c'est 4 fois plus que 500, la hauteur de la pile est donc 4 fois plus grande, donc égale à 14cm. On peut le schématiser de cette façon :

|                            |     |       |
|----------------------------|-----|-------|
| Nombre de feuilles         | 500 | 2 000 |
| Hauteur de la pile (en cm) | 3,5 | 14    |



Des exemples corrigés en vidéo :

[https://www.youtube.com/watch?v=bqvHydmxCQc&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=bqvHydmxCQc&ab_channel=MathsetJeux)

**Méthode 3** : passage à l'unité (passage intermédiaire)



**Exemple corrigé** : À la garderie, il faut prévoir 80 centilitres de lait pour 5 enfants. Combien faut-il prévoir de centilitres pour 3 enfants ?

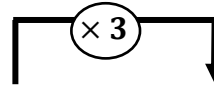
Grandeurs proportionnelles :

- Capacité de lait en centilitres
- Nombre d'enfants

Calculons la capacité de lait pour 1 enfant : c'est 5 fois moins que pour 5 enfants. Utilisons la méthode 2 :

|                       |    |    |
|-----------------------|----|----|
| Capacité de lait (cL) | 80 | 16 |
| Nombre d'enfants      | 5  | 1  |

On peut maintenant calculer la quantité de lait nécessaire à 3 enfants, c'est 3 fois plus que 1 enfant.



|                       |    |    |    |
|-----------------------|----|----|----|
| Capacité de lait (cL) | 80 | 16 | 48 |
| Nombre d'enfants      | 5  | 1  | 3  |

Il faut 48 centilitres de lait pour 3 enfants.

Des exemples corrigés en vidéo :

[https://www.youtube.com/watch?v=0sqkED1tht8&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=0sqkED1tht8&ab_channel=MathsetJeux)



## Méthode 4 : trouver le coefficient de proportionnalité

**Définition :** Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une sont obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.



**Exemple corrigé :** Si 30 kg de café coûtent 600 €. Combien coûtent 13 kg de café ?

Dans cet exemple, les grandeurs proportionnelles sont :

- La masse de café en Kg
- Le prix en euros

On peut écrire ces deux grandeurs dans un tableau de proportionnalité :

|                       |     |     |
|-----------------------|-----|-----|
| Masse de café en Kg   | 30  | 13  |
| Prix du café en euros | 600 | ... |

600 c'est 30 multiplié par 20, il faut multiplier le nombre de kilogrammes de café par 20 pour en trouver le prix en euros.

|                       |     |     |
|-----------------------|-----|-----|
| Masse de café en Kg   | 30  | 13  |
| Prix du café en euros | 600 | ... |

× 20

20 est le **coefficient de proportionnalité**.

pour en trouver le prix en euros.

|                       |     |     |
|-----------------------|-----|-----|
| Masse de café en Kg   | 30  | 13  |
| Prix du café en euros | 600 | 260 |

× 20

$$13 \times 20 = 260$$

Le prix de 13 kg de café est 260 €.

Des exemples corrigés en vidéo :

[https://www.youtube.com/watch?v=qkcuyOJEyHk&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=qkcuyOJEyHk&ab_channel=MathsetJeux)



## Reconnaître un tableau de proportionnalité

Un **tableau de proportionnalité** est un tableau de deux lignes dans lequel **les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première ligne par le même nombre (différent de 0)**.

### Méthode 1 : trouver s'il existe un coefficient de proportionnalité

On cherche l'existence d'un coefficient de proportionnalité en calculant les quotients d'un nombre de la première ligne par le nombre (s'il est différent de 0) correspondant dans la deuxième ligne. Si tous ces quotients sont égaux, le tableau est un tableau de proportionnalité, sinon il ne l'est pas.

Exemple 1 : Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

|                         |      |      |      |      |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Intensité I (en ampère) | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,08 |
| Tension U (en volt)     | 3    | 4,5  | 6    | 12   |

Exemple 2 : On chauffe de l'eau et on relève sa température toutes les 2 minutes. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

|                           |    |    |    |     |
|---------------------------|----|----|----|-----|
| Temps de chauffe (en min) | 2  | 4  | 6  | 8   |
| Température (en °C)       | 40 | 60 | 80 | 100 |

### Méthode 2 : on calcule les « produits en croix »

**Propriété** : Si a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs non nuls, le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité, si et uniquement si,

|   |   |
|---|---|
| a | c |
| b | d |

$$a \times d = b \times c.$$

L'égalité «  $a \times d = b \times c$  » est appelée « **égalité des produits en croix** ».

Démonstration : (on suppose que a, b, c et d sont différents de 0)

- Supposons que le tableau soit un tableau de proportionnalité.

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première ligne par le même nombre.

Donc  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

En mettant les quotients au même dénominateur :  $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{c \times b}{d \times b}$

Les deux quotients égaux ont le même dénominateur, ils ont donc le même numérateur :  
 $a \times d = b \times c$

- Supposons maintenant que  $a \times d = b \times c$  et prouvons que  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d}$  on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre d non nul  
 $= \frac{c \times b}{b \times d}$  on a supposé l'égalité des produits en croix vraie  
 $= \frac{c}{d}$  on divise numérateur et dénominateur par le même nombre b non nul

Le tableau est donc bien un tableau de proportionnalité.

**Application** : les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

|     |      |
|-----|------|
| 5,5 | 16,5 |
| 3   | 9    |

|    |    |
|----|----|
| 21 | 23 |
| 45 | 49 |

|   |       |
|---|-------|
| 4 | 11    |
| 5 | 13,75 |

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Questions flash :



- 1) .....
- 2) .....
- 3) .....
- 4) .....
- 5) .....



[https://www.youtube.com/watch?v=a3DgpfNpH8Q&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=a3DgpfNpH8Q&ab_channel=MathsetJeux)

## Déterminer une quatrième proportionnelle grâce au produit en croix

**Propriété** : Soient a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs non nuls.

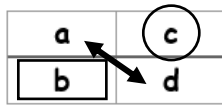
Si le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité

alors

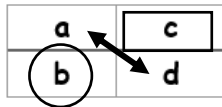
$$a = \frac{b \times c}{d}$$

|   |   |
|---|---|
| a | c |
| b | d |

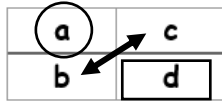
**Remarque :** dans ce cas, on a aussi les égalités suivantes



$$b = \frac{a \times d}{c}$$



$$c = \frac{a \times d}{b}$$



$$d = \frac{b \times c}{a}$$

On dit qu'on a calculé la quatrième proportionnelle grâce à la méthode du produit en croix.

Démonstration : (on suppose que a, b, c et d sont différents de 0)

Supposons que le tableau suivant soit un tableau de proportionnalité.

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première ligne par le même nombre.

$$\text{Donc } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

En multipliant par b on conserve l'égalité

$$\frac{a}{b} \times b = \frac{c}{d} \times b$$

$$\frac{a}{b} \times b = a \text{ par définition du quotient de a par b}$$

$$\frac{c}{d} \times b = \frac{c \times b}{d} \text{ par définition du produit de rationnels}$$

Donc on a bien l'égalité :

$$a = \frac{b \times c}{d}$$

**Exemple :** complète les tableaux de proportionnalité suivants, indique le calcul effectué

sous le tableau :

|       |    |
|-------|----|
| 7     | 12 |
| 15,47 |    |

|   |   |
|---|---|
| 8 |   |
| 5 | 3 |

|   |   |
|---|---|
|   | 9 |
| 7 | 4 |

**Questions flash :**

[https://www.youtube.com/watch?v=rjgT0Oyokw&ab\\_channel=MathsetJeux](https://www.youtube.com/watch?v=rjgT0Oyokw&ab_channel=MathsetJeux)



- 1) .....
- 2) .....
- 3) .....
- 4) .....
- 5) .....

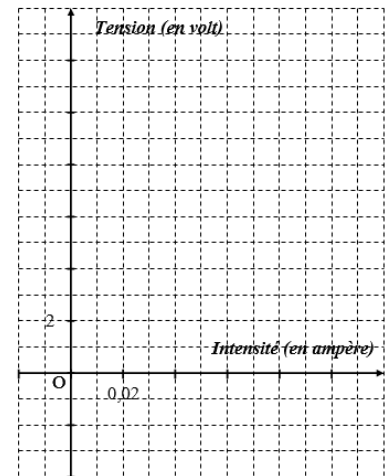


**Propriété (admise) :** Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.

**Exemple :** On a vu que le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

|                         |      |      |      |      |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Intensité I (en ampère) | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,08 |
| Tension U (en volt)     | 3    | 4,5  | 6    | 12   |

Donc les points de la représentation graphique de cette situation de proportionnalité sont alignés avec l'origine.

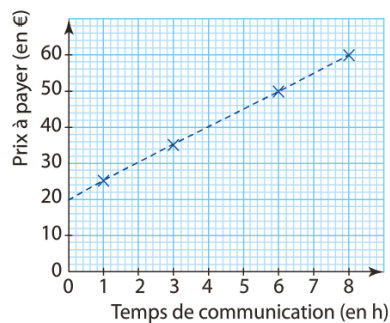


**Conséquences :**

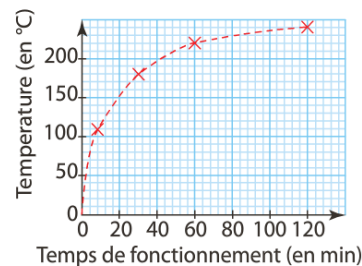
- Si dans un repère, des points sont alignés sur une droite ne passant pas par l'origine alors ils ne sont pas la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.
- Si dans un repère, des points ne sont pas alignés alors ils ne sont pas la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.

**Exemples :**

• La facture téléphonique de Lisa



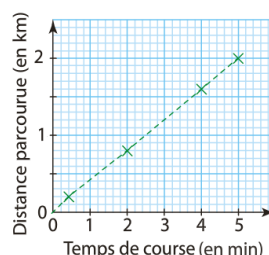
• Le four du boulanger



**Propriété (admise) :** Si dans un repère des points sont alignés avec l'origine, alors ils sont la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.

**Exemple :**

• La course cycliste de Marco



Classe Genially (en construction)

Juliette Hernando <https://juliettehernando.com> Hors du cadre de la classe, aucune reproduction (textes et images) ne peut être faite sans mon autorisation. Merci à Caroline Lamour.