

Proportionnalité

Calculer une quatrième proportionnelle, c'est calculer une valeur manquante dans un tableau de proportionnalité. Tu connais déjà quatre méthodes te permettant de calculer une quatrième proportionnelle, nous allons les revoir avant d'en découvrir une nouvelle.

| | | | |
|---|---|--|---|
| Méthode 1 :  | Méthode 2 :  | Méthode 3 :  | Méthode 4 :  |
|---|---|--|---|

https://www.youtube.com/watch?v=P-aHwm-3tVg&ab_channel=MathsetJeux

https://www.youtube.com/watch?v=bqvHydmxCQc&ab_channel=MathsetJeux

https://www.youtube.com/watch?v=0sqkED1tht8&ab_channel=MathsetJeux

https://www.youtube.com/watch?v=gkcuyOJEyHk&ab_channel=MathsetJeux

Définition : Deux grandeurs sont proportionnelles lorsque les valeurs de l'une sont obtenues en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre non nul. Ce nombre s'appelle **coefficient de proportionnalité**.

Reconnaître un tableau de proportionnalité

Un tableau de proportionnalité est un tableau de deux lignes dans lequel les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première ligne par le même nombre (différent de 0).

Méthode 1 : trouver s'il existe un coefficient de proportionnalité

On cherche l'existence d'un coefficient de proportionnalité en calculant les quotients d'un nombre de la première ligne par le nombre (s'il est différent de 0) correspondant dans la deuxième ligne. Si tous ces quotients sont égaux, le tableau est un tableau de proportionnalité, sinon il ne l'est pas.

Exemple 1 : Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

| | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Intensité I (en ampère) | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,08 |
| Tension U (en volt) | 3 | 4,5 | 6 | 12 |

Exemple 2 : On chauffe de l'eau et on relève sa température toutes les 2 minutes. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

| | | | | |
|---------------------------|----|----|----|-----|
| Temps de chauffe (en min) | 2 | 4 | 6 | 8 |
| Température (en °C) | 40 | 60 | 80 | 100 |

Méthode 2 : on calcule les « produits en croix »

Propriété : Si a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs non nuls, le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité, si et uniquement si,

| | |
|-----|-----|
| a | c |
| b | d |

$$a \times d = b \times c.$$

L'égalité « $a \times d = b \times c$ » est appelée « **égalité des produits en croix** ».

Démonstration : (on suppose que a, b, c et d sont différents de 0)

- Supposons que le tableau soit un tableau de proportionnalité.

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première ligne par le même nombre.

$$\text{Donc } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

En mettant les quotients au même dénominateur : $\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{c \times b}{d \times b}$

Les deux quotients égaux ont le même dénominateur, ils ont donc le même numérateur :

$$a \times d = b \times c$$

- Supposons maintenant que $a \times d = b \times c$ et prouvons que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times d}{b \times d}$$

on multiplie le numérateur et le dénominateur par le même nombre d non nul

$$= \frac{c \times b}{b \times d}$$

on a supposé l'égalité des produits en croix vraie

$$= \frac{c}{d}$$

on divise numérateur et dénominateur par le même nombre b non nul

Le tableau est donc bien un tableau de proportionnalité.

Application : les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

| | |
|-----|------|
| 5,5 | 16,5 |
| 3 | 9 |

.....
.....
.....

| | |
|----|----|
| 21 | 23 |
| 45 | 49 |

.....
.....
.....

| | |
|---|-------|
| 4 | 11 |
| 5 | 13,75 |

.....
.....
.....

Questions flash :

https://www.youtube.com/watch?v=a3DgpfNpH8Q&ab_channel=MathsetJeux



- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)



Déterminer une quatrième proportionnelle grâce au produit en croix

Propriété : Soient a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs non nuls.

Si le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité

alors

| | |
|---|---|
| a | c |
| b | d |

$$a = \frac{b \times c}{d}$$

Remarque : dans ce cas, on a aussi les égalités suivantes

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|--|---|---|---|---|--|---|---|---|---|
| <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>d</td> </tr> </table> $b = \frac{a \times d}{c}$ | a | c | b | d | <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>d</td> </tr> </table> $c = \frac{a \times d}{b}$ | a | c | b | d | <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>c</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>d</td> </tr> </table> $d = \frac{b \times c}{a}$ | a | c | b | d |
| a | c | | | | | | | | | | | | | |
| b | d | | | | | | | | | | | | | |
| a | c | | | | | | | | | | | | | |
| b | d | | | | | | | | | | | | | |
| a | c | | | | | | | | | | | | | |
| b | d | | | | | | | | | | | | | |

On dit qu'on a calculé la quatrième proportionnelle grâce à la méthode du produit en croix.

Démonstration : (on suppose que a, b, c et d sont différents de 0)

Supposons que le tableau suivant soit un tableau de proportionnalité.

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres de la deuxième ligne sont obtenus en multipliant ceux de la première ligne par le même nombre.

Donc $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

En multipliant par b on conserve l'égalité

$$\frac{a}{b} \times b = \frac{c}{d} \times b$$

$\frac{a}{b} \times b = a$ par définition du quotient de a par b

$\frac{c}{d} \times b = \frac{c \times b}{d}$ par définition du produit de rationnels

Donc on a bien l'égalité :

$$a = \frac{b \times c}{d}$$

Exemple : complète les tableaux de proportionnalité suivants, indique le calcul effectué

sous le tableau :

| | |
|-------|----|
| 7 | 12 |
| 15,47 | |

| | |
|---|---|
| 8 | |
| 5 | 3 |

| | |
|---|---|
| | 9 |
| 7 | 4 |

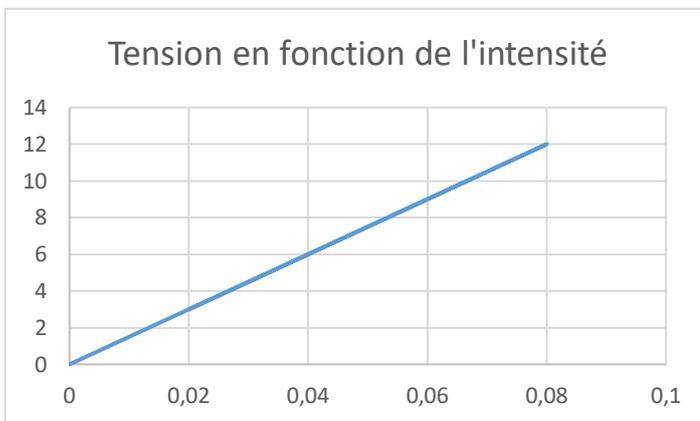


- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)



Proportionnalité et représentation graphique

Propriété (admise) : Si on représente une situation de proportionnalité dans un repère, alors on obtient des points alignés avec l'origine du repère.



Exemple : On a vu ce tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité :

| | | | | |
|-------------------------|------|------|------|------|
| Intensité I (en ampère) | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,08 |
| Tension U (en volt) | 3 | 4,5 | 6 | 12 |

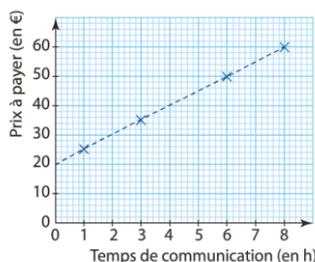
Donc les points de la représentation graphique de cette situation sont alignés avec l'origine.

Conséquences :

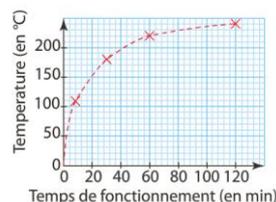
- Si dans un repère, des points sont alignés sur une droite ne passant pas par l'origine alors ils ne sont pas la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.
- Si dans un repère, des points ne sont pas alignés alors ils ne sont pas la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.

Exemples :

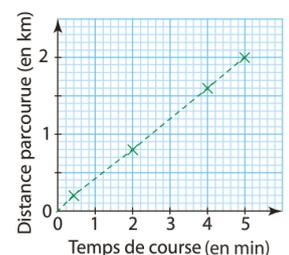
• La facture téléphonique de Lisa



• Le four du boulanger



• La course cycliste de Marco



Propriété (admise) : Si dans un repère des points sont alignés avec l'origine, alors ils sont la représentation graphique d'une situation de proportionnalité.