



Pour tous nombres  $a$  et  $b$   $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Remarque : la multiplication étant commutative,  $(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$

Démonstration :

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b) \\ &= a^2 + (-ab) + ab + b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

**Exemple 1 :** développer l'expression  $(2x + 3)(2x - 3)$

On utilise la formule avec  $a = 2x$  et  $b = 3$

$$(2x + 3)(2x - 3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

**Exemple 2 :** Factoriser l'expression  $4x^2 - 49$

On a  $4x^2 - 49 = (2x)^2 - 7^2 = (2x + 7)(2x - 7)$

(On utilise la formule avec  $a = 2x$  et  $b = 7$ )

Remarque : on peut démontrer aussi que

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Exercice 1 Développe et réduis les expressions suivantes :

$$A = 4x(5x - 8)$$

$$B = -2x(8x - 2)$$

$$C = (5x + 2)(4x - 9)$$

$$D = (7x - 2)(3x - 5)$$

Exercice 2 Réduis les expressions suivantes

$$E = 5x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 3x$$

$$F = 2x - 1 + 5x - 4x^2$$

$$G = -2 + 6x + 4x^2 + 3 - 4x$$

Exercice 3 Développe et réduis les expressions suivantes

$$H = (4x + 3)(4x + 3)$$

$$I = (2x - 1)(2x - 1)$$

$$J = (8x + 3)(8x - 3)$$

Exercice 4 Développe et réduis les expressions suivantes

$$K = (2x + 3)^2$$

$$L = (3x - 2)^2$$

$$M = (2x - 8)(2x + 8)$$

Exercice 5 : Factoriser les expressions suivantes

$Z = 3x^2 - 2x$	$Y = x^2 - 36$	$X = 4x^2 - 100$
-----------------	----------------	------------------

Exercice 6 On considère trois programmes de calcul. Traduire chaque programme de calcul par une expression littérale donnée sous forme développée et réduite.

Programme 1	Programme 2	Programme 3
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Ajouter 2</li> <li>• Prendre le carré du résultat obtenu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Prendre le triple</li> <li>• Soustraire 4</li> <li>• Prendre le carré du résultat</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Ajouter 3</li> <li>• Multiplier le résultat obtenu par la différence du nombre de départ et de 3</li> </ul>

Exercice 7 On considère les deux programmes de calculs suivants

Programme 1	Programme 2
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Multiplier par 4</li> <li>• Ajouter 2</li> <li>• Prendre le carré</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir un nombre</li> <li>• Prendre le carré</li> <li>• Multiplier par 16</li> <li>• Ajouter 16 fois le nombre de départ</li> <li>• Ajouter 4</li> </ul>

Ces deux programmes sont-ils équivalents ? Justifier

Exercice 8

Programme 1	Programme 2

- 1) Tester ces deux programmes de calcul avec le nombre 0.
- 2) Tester ces deux programmes de calcul avec le nombre -1.
- 3) Les deux programmes sont-ils équivalents ? Justifier.

**Exercice 1**

$A = 4x(5x - 8)$ $= 20x^2 - 40x$	$B = -2x(8x - 2)$ $= -16x^2 + 4x$	$C = (5x + 2)(4x - 9)$ $= 20x^2 - 45x + 8x - 18$ $= 20x^2 - 37x - 18$	$D = (7x - 2)(3x - 5)$ $= 21x^2 - 35x - 6x + 10$ $= 21x^2 - 41x + 10$
----------------------------------	-----------------------------------	---	---

**Exercice 2 Développe et réduis les expressions suivantes :**

$E = 5x^2 - 3x + 2 - 2x^2 + 3x$ $= 3x^2 + 2$	$F = 2x - 1 + 5x - 4x^2$ $= -4x^2 - 3x - 1$	$G = -2 + 6x + 4x^2 + 3 - 4x$ $= 4x^2 - 2x + 1$
--	---	---

**Exercice 3**

$H = (4x + 3)(4x + 3)$ $= 16x^2 + 12x + 12x + 9$ $= 16x^2 + 24x + 9$	$I = (2x - 1)(2x - 1)$ $= 4x^2 - 2x - 2x + 1$ $= 4x^2 - 4x + 1$	$J = (8x + 3)(8x - 3)$ $= 64x^2 - 24x + 24x - 9$ $= 64x^2 - 9$ <p style="text-align: center;">Ou</p> $J = (8x + 3)(8x - 3)$ $= (8x)^2 - 3^2$ $= 64x^2 - 9$
--	---	--

**Exercice 4**

*Développe et réduis les expressions suivantes*

$K = (2x + 3)^2$ $= (2x + 3)(2x + 3)$ $= 4x^2 + 6x + 6x + 9$ $= 4x^2 + 12x + 9$	$L = (3x - 2)^2$ $= (3x - 2)(3x - 2)$ $= 9x^2 - 6x - 6x + 4$ $= 9x^2 - 12x + 4$	$M = (2x - 8)(2x + 8)$ $= (2x)^2 - 8^2$ $= 4x^2 - 64$
---	---	---

**Exercice 5 : Factoriser les expressions suivantes**

$Z = 3x^2 - 2x$ $= x(3x - 2)$	$Y = x^2 - 36$ $= x^2 - 6^2$ $= (x + 6)(x - 6)$	$X = 4x^2 - 100$ $= (2x)^2 - 10^2$ $= (2x + 10)(2x - 10)$
-------------------------------	---	---

### Exercice 6

Programme 1 :  $(x + 2)^2 = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$

Programme 2 :  $(x \times 3 - 4)^2 = (3x - 4)^2 = 9x^2 - 12x - 12x + 16 = 9x^2 - 24x + 16$

Programme 3 :  $(x + 3) \times (x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

### Exercice 7

On traduit chaque programme de calcul par une expression littérale et on donne la forme développer et réduite :

Programme 1 :  $(x \times 4 + 2)^2 = (4x + 2)^2 = 16x^2 + 8x + 8x + 2^2 = 16x^2 + 16x + 4$

Programme 2 :  $x^2 \times 16 + 16 \times x + 4 = 16x^2 + 16x + 4$

Les deux programmes de calculs sont équivalents puisque les deux expressions littérales sont égales.

### Exercice 8

1)  $(3 \times 0 + 2)(3 \times 0 - 2) = 2 \times (-2) = -4$

Le résultat obtenu avec le programme 1 en choisissant le nombre 0 est -4.

$$9 \times 0^2 - 4 = -4$$

Le résultat obtenu avec le programme 2 en choisissant le nombre 0 est -4.

2)  $(3 \times (-1) + 2)(3 \times (-1) - 2) = (-3 + 2)(-3 - 2) = (-1) \times (-5) = 5$

Le résultat obtenu avec le programme 1 en choisissant le nombre -1 est 5.

$$9 \times (-1)^2 - 4 = 9 \times 1 - 4 = 5$$

Le résultat obtenu avec le programme 2 en choisissant le nombre -1 est 5.

3) L'expression littérale traduisant le programme de calcul 1 est  $(3x + 2)(3x - 2)$ . Comme  $(3x + 2)(3x - 2) = 9x^2 + 4$  l'expression développée et réduite est alors  $9x^2 + 4$

L'expression littérale traduisant le programme de calcul 2 est  $9x^2 - 4$ .

Les deux programmes sont donc équivalents.