

# Homothéties de rapport négatif (2/2)

## Image d'une figure



Observe l'image du chat (deuxième figure du Genially)

**Rappel :** On considère un nombre  $k$  relatif.

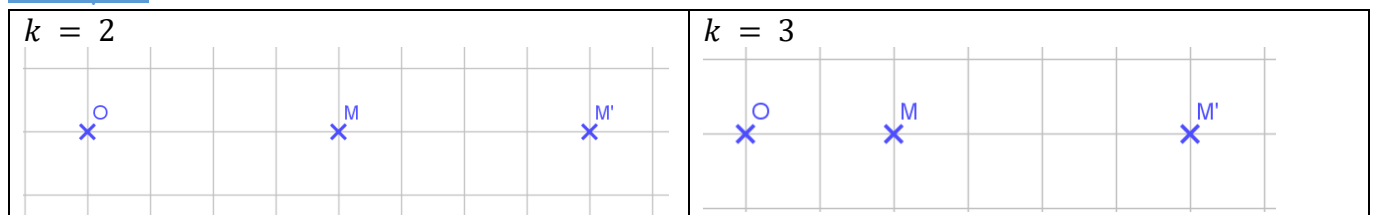
Une **homothétie** de **rapport  $k$** , permet d'agrandir ou de réduire une figure par rapport à un point.

Ce point est appelé le **centre de l'homothétie**.

On a déjà étudié les homothéties de rapport positif et on a observé que si  $M'$  est l'image de  $M$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$  positif, cela signifie que :

- $O$ ,  $M$  et  $M'$  sont alignés
- $M$  et  $M'$  sont du même côté de  $O$ .
- $OM' = k \times OM$

Exemples :



Lorsque le rapport est négatif, les sommets homologues des figures initiale et image sont situés de part et d'autre du centre d'homothétie.

En plus de l'agrandissement ou de la réduction observés dans le cas d'une homothétie de rapport positif, lorsque le rapport est négatif, l'image subit une symétrie centrale ayant pour centre le centre de l'homothétie.

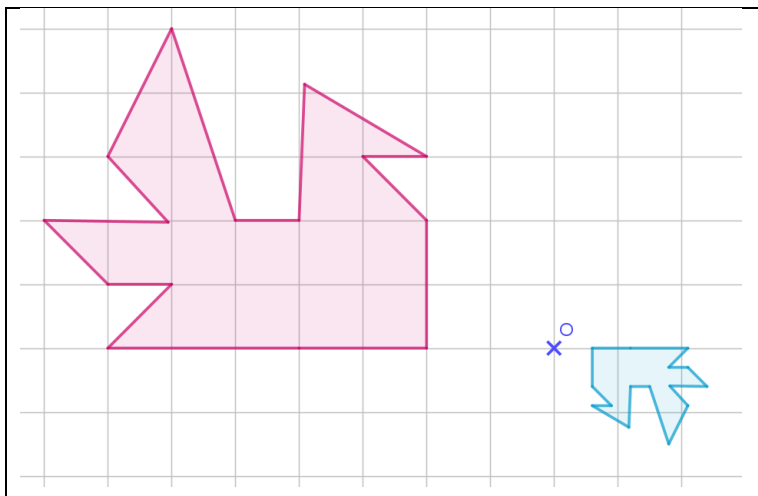
Par exemple, pour  $k = -2$ ,  
il s'agit d'une symétrie centrale  
suivie d'un agrandissement de  
coefficient 2 :



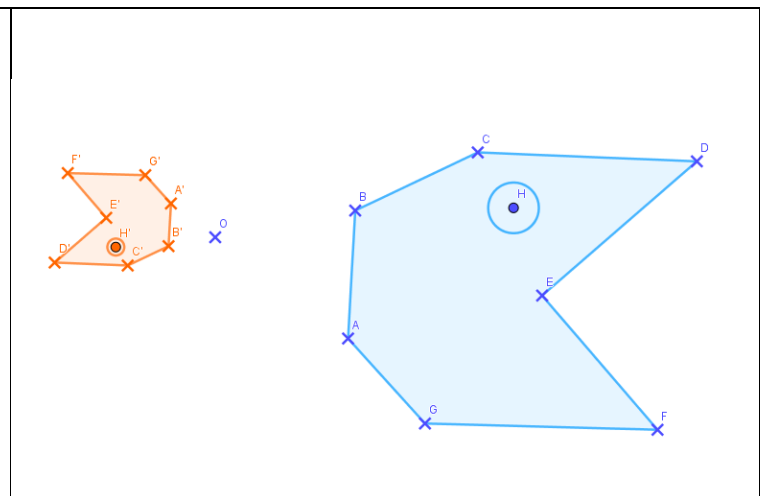
La figure image est la figure  
de droite.

**Remarque :** L'image d'une figure par une **homothétie de rapport  $k$  négatif** est :

- un agrandissement si  $k < -1$
- une réduction si  $-1 < k < 0$

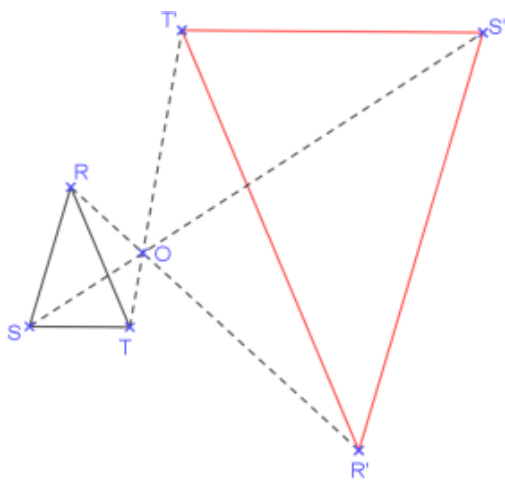


$k = -0,3$   
L'image (à droite) est une réduction de coefficient 0,3 de la figure initiale.



$k = -3$   
L'image (à droite) est un agrandissement de coefficient 3 de la figure initiale.

**Exemple :** Soit l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-3$ .



$R'S'T'$  est l'image de  $RST$  dans l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-3$ .  
 $R'S'T'$  est un agrandissement de  $RST$  de rapport 3.

**Propriété :** L'image d'une figure par une **homothétie de rapport  $k$**  est :

- un agrandissement si  $k > 1$  ou si  $k < -1$
- une réduction si  $-1 < k < 1$

**Remarque :**

- si  $k = 1$ , la figure est sa propre image
- si  $k = -1$ , l'homothétie est une symétrie centrale



## Image d'un point

Le point  $A'$  est l'image du point  $A$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-k$  (où  $k$  est un nombre strictement positif) si :

- $O, A$  et  $A'$  sont alignés
- $A$  et  $A'$  ne sont pas du même côté de  $O$
- $OA' = k \times OA$

Trace l'image du point  $A$  dans les 3 cas suivants :

- 1) Homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-3$ .



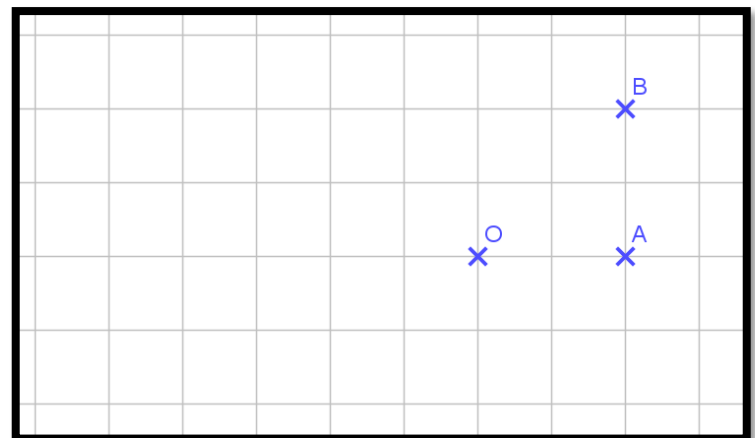
- 2) Homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ .

$O$   $x$   $x$   
 $A$

$O$   $x$   $x$   
 $A$

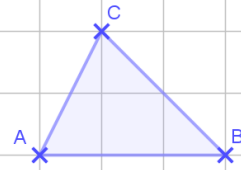
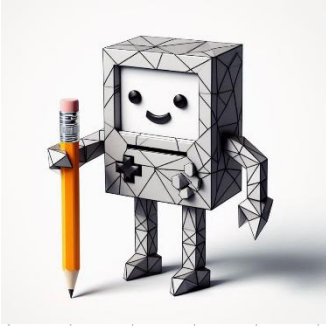
## Avec quadrillage

- 1) Construire l'image du point  $A$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-3$ .  
2) Construire l'image du point  $B$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-0,5$ .



## Image d'une figure

Construis en bleu l'image du triangle par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ .



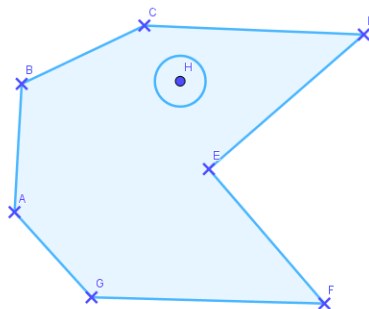
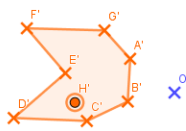
$O$

## Retrouver le centre et le rapport de l'homothétie

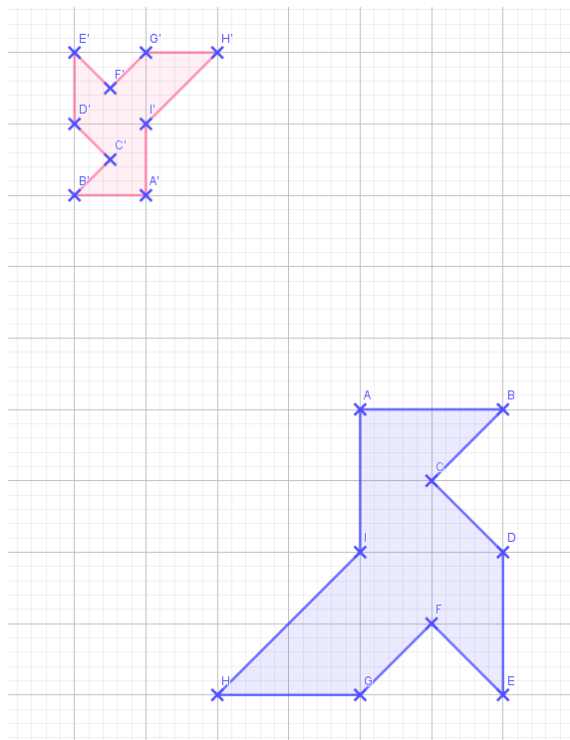
Les exercices suivants sont corrigés en vidéo.

**Exercice 1** : Le polygone  $A'B'C'D'E'F'G'$  est l'image du polygone  $ABCDEFG$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-\frac{1}{3}$ .

- 1) Si le périmètre de  $ABCDEFG$  est de  $27\text{ cm}$ , quel est le périmètre de la figure image ?
- 2) Si l'aire de  $ABCDEFG$  est de  $36\text{ cm}^2$ , quelle est l'aire de la figure image ?



**Exercice 2** : ABCDEFGHI a pour image A'B'C'D'E'F'G'H'I' par une homothétie. Retrouve le centre et le rapport de cette homothétie.



**Exercice 3** : L'image de ABC par une homothétie est le triangle A'B'C'. Retrouve le centre et le rapport de l'homothétie. Quelle est la longueur de [A'B'] ?

