La 3ème identité remarquable

Rappels :

À l'aide de la formule de double distributivité, on a appris à développer des produits comme dans l'exemple suivant.

On peut se servir d'un tableau ou de flèches pour éviter les erreurs de signe.

$A = (3x + 4)(5x - 2)$
$A = 15x^2 - 6x + 20x - 8$
$A = 15x^2 + 14x - 8$

$\times$	$5x$	-2
$3x$	$15x^2$	$-6x$
4	$20x$	-8

Développe les expressions suivantes :

$B = (-3 + 8a)(2a - 4)$

$B =$

$B =$

$C = (9a - 2)(3a - 6)$

$C =$

$C =$

$D = (2x - 11)(2x + 11)$

$D =$

$D =$

$E = (x - 2)(x + 2)$

$E =$

$E =$

$F = (3a + 6)(3a - 6)$

$F =$

$F =$

Que constates-tu sur les derniers exemples ? ………………………………………………………………………

$3^{ème}$ Identité remarquable : Produit d'une somme par une différence

Propriété : Soient a et b deux nombres relatifs, on a l'égalité suivante :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Forme factorisée — Forme développée

Démonstration : prenons a et b deux nombres relatifs

$(a+b)(a-b) = a \times a + a \times (-b) + b \times ab - b \times b$ d'après la double distributivité

$= a^2 - \text{ab} + ab - b^2$ on réduit les produits

$= a^2 - b^2$ car $ab - ab = 0$

Donc $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Remarque : $(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b)$

Développer à l'aide de la 3ème identité remarquable

Exemples : Développer les expressions suivantes :

$A = (3x-5)(3x+5)$	On reconnait $(\text{a}-\text{b})(\text{a}+\text{b})$ avec $a = 3x$ et $b = 5$
$A = (3x)^2 - 5^2$	On utilise la forme développée $a^2 - b^2$
$A = 9x^2 - 25$	On calcule les carrés.

$B = (7x-4)(7x+4)$ $B =$ $B =$	$a =$ $b =$
$C = (6-2x)(6+2x)$ $C =$ $C =$	$a =$ $b =$
$D = (9a+2)(9a-2)$ $D =$ $D =$	$a =$ $b =$
$E = (12+6x)(12-6x)$ $E =$ $E =$	$a =$ $b =$
$F = (10x-8)(10x+8)$ $F =$ $F =$	$a =$ $b =$

Questions flash :

1) …………
2) …………
3) …………
4) …………
5) …………
6) …………
7) …………
8) …………
9) …………
10) …………

Factoriser à l'aide de la 3ème identité remarquable

Exemple corrigé :

$A = 4x^2 - 36$	On cherche à reconnaître $a^2 - b^2$
$A = (2x)^2 - 6^2$	On écrit comme différence de deux carrés $a = 2x$ et $b = 6$
$A = (2x - 6)(2x + 6)$	On utilise la forme factorisée $(\mathrm{a} - \mathrm{b})(\mathrm{a} + \mathrm{b})$

$B = 9x^2 - 16$ $B =$ $B =$	$a =$ $b =$
$C = 49 - 25y^2$ $C =$ $C =$	$a =$ $b =$
$D = 64x^2 - 144$ $D =$ $D =$	$a =$ $b =$
$E = 100 - 121x^2$ $E =$ $E =$	$a =$ $b =$
$F = 81x^2 - 4$ $F =$ $F =$	$a =$ $b =$

Questions flash :

1) ………..
2) ………..
3) ………..
4) ………..
5) ………..
6) ………..
7) ………..
8) ………..
9) ………..
10) ………..

Pour aller plus loin :

Exemples corrigés : factoriser des expressions plus complexes

$A = (3x+2)^2 - 49$	On cherche à reconnaître $a^2 - b^2$.
$A = (3x+2)^2 - 7^2$	On écrit comme différence de deux carrés avec $a = (3x+2)$ et $b = 7$.
$A = (3x+2-7)(3x+2+7)$	On utilise la forme factorisée $(\mathrm{a}-\mathrm{b})(\mathrm{a}+\mathrm{b})$
$A = (3x-5)(3x+9)$	On réduit à l'intérieur des parenthèses.

Parfois, on doit soustraire une expression entre parenthèses : on se rappelle que soustraire une somme algébrique, c'est soustraire chacun des termes de la somme.

$C = 4 - (3x+5)^2$	On cherche à reconnaître $a^2 - b^2$.
$C = 2^2 - (3x+5)^2$	On écrit comme différence de deux carrés avec $a = 2$ et $b = (3x+5)$.
$C = [2-(3x+5)] \times [2+(3x+5)]$	On utilise la forme factorisée $(\mathrm{a}-\mathrm{b})(\mathrm{a}+\mathrm{b})$.
$C = (2-3x-5) \times (2+3x+5)$	On utilise les propriétés étudiées au chapitre « suppression de parenthèses ».
$C = (-3x-3) \times (3x+7)$	On réduit à l'intérieur des parenthèses.

Application au calcul mental

101 x 99 = (100 + 1)(100 – 1) = 100^2 - 1^2 = 10 000 - 1 = 9 999	31 x 29 = (30 + 1)(30 – 1) = 30^2 - 1^2 = 900 - 1 = 899