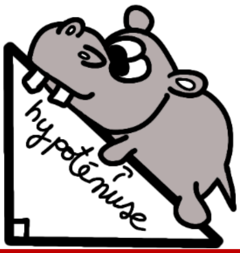
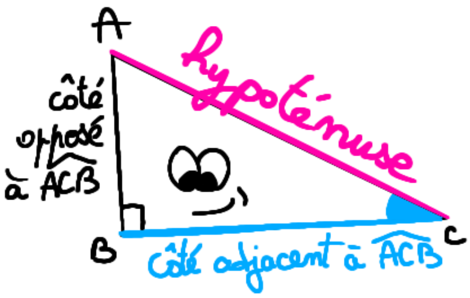
Trigonométrie (1/2) : calcul d'une longueur



La trigonométrie est une branche des mathématiques qui permet de faire le lien entre des longueurs et des mesures d'angles dans un **triangle rectangle**.

Définition : Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.

Remarque : L'hypoténuse est le côté le plus long d'un triangle rectangle.



Vocabulaire

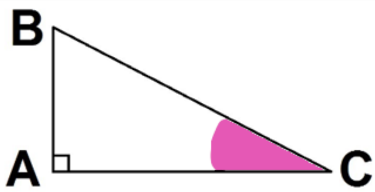
Considérons un triangle ABC rectangle en B. Si on s'intéresse à l'angle $\widehat{ACB}$ du triangle, on va donner un nom particulier aux côtés du triangle (autres que l'hypoténuse) en rapport avec cet angle :

[AC] est le **côté adjacent à l'angle** $\boldsymbol{\widehat{ACB}}$
[AB] est le **côté opposé à l'angle** $\boldsymbol{\widehat{ACB}}$

Si on choisit un des deux angles aigus dans un triangle rectangle
- **Le côté adjacent** est celui des deux côtés de l'angle qui n'est pas l'hypoténuse
- **Le côté opposé** est le 3$^{\text{ème}}$ côté du triangle

uestions flash :

(à faire dans le cahier d'exercices)



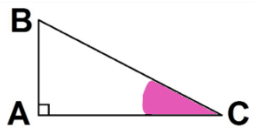
Définition : Soit ABC un triangle rectangle en A, on appelle :

- cosinus d'un angle aigu $\widehat{ACB}$ le quotient suivant : $cos(\widehat{ACB}\,) = \dfrac{longueur\ du\ côté\ adjacent\ à\ \widehat{ACB}}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$
- sinus de l'angle aigu $\widehat{ACB}$ le quotient suivant : $sin(\widehat{ACB}\,) = \dfrac{longueur\ du\ côté\ opposé\ à\ \widehat{ACB}}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$
- sinus tangente de l'angle aigu $\widehat{ACB}$ le quotient suivant :

$$tan(\widehat{ACB}\,) = = \frac{longueur\ du\ côté\ opposé\ à\ \widehat{ACB}}{longueur\ du\ côté\ adjacent\ à\ \widehat{ACB}}$$

Autrement dit, dans cet exemple :

$$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} \quad ; \quad \sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \quad ; \quad \tan\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$$

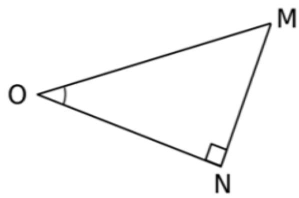


Questions flash : Rappel : cosinus d'un angle aigu (cahier d'exercices)

Astuce de mémorisation

C	*Cosinus*	S	*Sinus*	T	*Tangente*
A	*Adjacent*	O	*Opposé*	O	*Opposé*
H	*Hypoténuse*	H	*Hypoténuse*	A	*Adjacent*

Exemple 1 : Dans le triangle MON rectangle en N, on a :



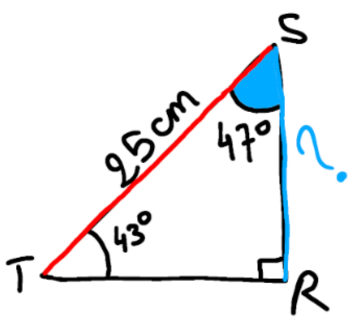
$\cos(\widehat{MON}) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$; $\sin(\widehat{MON}) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$; $\tan(\widehat{MON}) = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Questions flash :

Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit

Exemple corrigé : RST est un triangle rectangle en R tel que $\widehat{RST} = 47°$, $\widehat{RTS} = 43°$ et $ST = 25cm$. Calcule RS. Tu donneras une valeur arrondie au centimètre.

On fait un schéma codé. On ***repasse en couleur*** *le* ***côté que l'on recherche*** *l'****hypoténuse*** *et* ***l'angle dont [RS] est le côté adjacent*** *:*

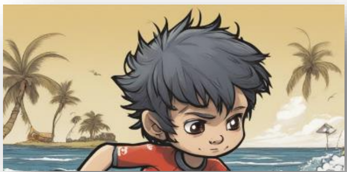


Grâce à ce schéma, on pense à calculer le cosinus de l'angle $\widehat{RST}$.

RST est un triangle rectangle en R.	*On cite les données de l'exercice qui sont nécessaires pour calculer le cosinus d'un angle*

<table>
<tr><td>$cos\ (\widehat{RST}) = \dfrac{longueur\ du\ côté\ adjacent\ à\ \widehat{RST}}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$</td><td>Les couleurs sur le schéma ont mis en évidence l'angle dont on va calculer le cosinus.</td></tr>
<tr><td>$cos\ (\widehat{RST}) = \dfrac{SR}{ST}$
$cos\ (47°) = \dfrac{SR}{25}$</td><td>On écrit la formule avec les lettres de l'exercice, puis avec les données numériques.</td></tr>
<tr><td>$\dfrac{cos\ (47°)}{1} = \dfrac{SR}{25}$
$SR = \dfrac{25 \times cos\ (47°)}{1}$
Si ça t'aide, tu peux revenir au tableau de proportionnalité :
<table><tr><td>$\cos(47°)$</td><td>SR</td></tr><tr><td>1</td><td>25</td></tr></table></td><td>On retrouve une égalité de quotients. On utilise le produit en croix pour écrire la formule permettant de calculer SR.</td></tr>
<tr><td>$SR \approx 17$</td><td>On calcule une valeur approchée à l'aide de la calculatrice.</td></tr>
<tr><td>[SR] mesure environ 17 cm.</td><td>On répond à la question</td></tr>
</table>

Exercice (d'après DNB centres étrangers 2022)



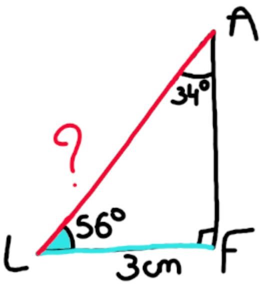
Exemple à chercher dans le cahier d'exercices RST est un triangle rectangle en S tel que ST = 7cm et $\widehat{STR}$ = 50°. Calculer la longueur du segment [RS].

(éléments de correction : on calcule la tangente de l'angle $\widehat{STR}$ et on trouve SR ≈ 8,3cm)

Calculer la longueur de l'hypoténuse

Exercice corrigé : ALF est un triangle rectangle en F tel que $\widehat{FAL} = 34°$, $\widehat{ALF} = 56°$ et FL = 3cm. Calcule la longueur de l'hypoténuse.

Schéma :



On fait un schéma codé sur lequel on ***repasse en couleur*** *le* ***côté*** *l'****hypoténuse, le côté dont on connaît la longueur ainsi que l'angle dont c'est le côté adjacent***.

Grâce à ce schéma, on pense à calculer le cosinus de l'angle $\widehat{ALF}$.

ALF est un triangle rectangle en F.	*On cite les données de l'exercice qui sont nécessaires pour calculer le cosinus d'un angle*
$\cos(\widehat{ALF}) = \frac{longueur\ du\ côté\ adjacent\ à\ \widehat{ALF}}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$	*On repère le cosinus d'un angle où intervient une longueur connue.*
$\cos(\widehat{ALF}) = \frac{FL}{AL}$ $\cos(56°) = \frac{3}{AL}$	*On écrit la formule avec les lettres de l'exercice, puis avec les données numériques.*
$\frac{\cos(56°)}{1} = \frac{3}{AL}$ $AL = \frac{3 \times 1}{\cos(56°)}$	*On retrouve une égalité de quotients. On utilise le produit en croix pour écrire la formule permettant de calculer SR.*
$AL \approx 5{,}4$	*On calcule une valeur approchée à l'aide de la calculatrice.*
[AL] mesure environ 5,4 cm.	*On répond à la question.*

Exercice (d'après DNB Polynésie juillet 2019)

Rédiger un exercice de trigonométrie

Exemple à chercher dans le cahier d'exercices EFG est un triangle rectangle en E tel que EF = 6cm et $\widehat{EGF}$ = 35°. Calculer la longueur du segment [GF].*(éléments de correction : on calcule le sinus de l'angle* $\widehat{EFG}$ *et on trouve GF ≈ 10,5 cm)*

Classe Genially 4ème (sur le cosinus uniquement) :